

# **Operative Produktions- und Instandhaltungsplanung - Ein integrativer Planungsansatz**

Der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der  
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktorin der Wirtschaftswissenschaften  
– Doctor rerum politicarum –

genehmigte Dissertation

von

Diplom-Kauffrau Anja Wolter

geboren am 20. September 1982 in Zwenkau

2016

Referent: Prof. Dr. Stefan Helber  
Koreferent: Prof. Dr. Hans-Jörg von Mettenheim  
Tag der Promotion: 29. September 2016

## **Zusammenfassung**

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der simultanen Planung von Produktion und Instandhaltung. Die Produktion und die Instandhaltung sind sehr stark miteinander verbunden. Beide benötigen eine bestimmte Kapazität auf der produzierenden Ressource. Wenn die Instandhaltungsplanung losgelöst von der Produktionsplanung durchgeführt wird, kann es dazu führen, dass entweder zu viele Instandhaltungsmaßnahmen einplant werden, was zu einer Instandhaltung noch funktionsfähiger verschleißbehafteter Komponenten führt, oder zu wenige, was während der Produktion zum Ausfall der verschleißbehafteten Komponente und damit zum Ausfall der produzierenden Ressource führt. In beiden Fällen wird die mögliche verfügbare Kapazität für die Produktion verringert, was zu Fehlmengen und unbefriedigter Nachfrage führen kann.

Um die Vorteile einer simultanen Planung aufzuzeigen wird ein neues, generelles Modell vorgestellt, welches eine simultane Produktions- und Instandhaltungsplanung für verschiedene Instandhaltungsmaßnahmen erlaubt. Dieses generelle kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem (GLMSP) betrachtet die Produktion auf einer Ressource, die eine verschleißbehaftete Komponente hat. Mittels einer linearen Abnutzungsfunktion wird der Verschleiß der Komponente dargestellt, welche ohne Instandhaltungsmaßnahmen nach einer gewissen Produktionszeit ausfällt.

Zusätzlich werden drei Erweiterungen des GLMSP vorgestellt. Die erste Erweiterung behandelt den Fall, dass eine produzierende Ressource mehrere verschleißbehaftete Komponenten besitzt und die sich daraus ergebenden Implikationen für die Produktions- und Instandhaltungsplanung. Die zweite Erweiterung beschäftigt sich mit dem in der Praxis relevanteren Fall einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion der verschleißbehafteten Komponente der produzierenden Ressource. In der dritten Erweiterung wird der Fall mehrerer Ressourcen mit einer verschleißbehafteten Komponente betrachtet, deren Komponenten durch eine begrenzte Anzahl an Instandhaltungsteams instandgehalten werden.

Mit umfangreichen numerischen Untersuchungen wird gezeigt, dass eine simultane Planung gegenüber einem sequentiellen und einem unabhängigen Planungsansatz zu niedrigeren Gesamtkosten führt. Auch wird gezeigt, in welchem Fall welche Art von Instandhaltungsmaßnahme die geringeren Gesamtkosten verursacht.



## **Abstract**

This thesis focuses on the simultaneous planning of production and maintenance. Production and maintenance are strongly connected with each other. Both need a certain capacity on a producing resource. If maintenance planning is done independently of the production planning, it can lead to either too much maintenance activities, which results in the maintenance of still functional deteriorating components, or not enough maintenance activities, which can lead to the breakdown of the deteriorating component and hence to the breakdown of the producing resource during production. In both cases the available capacity for the production is reduced, which can lead to shortfalls and unsatisfied demand.

To demonstrate the benefits of a simultaneous planning a new general model is introduced, which allows for a simultaneous production and maintenance planning for different maintenance activities. This general capacitated production and maintenance planning problem (GLMSP) considers the production on one resource, which has a deteriorating component. Using a linear abrasion function the abrasion of the component is modeled, which, without performed maintenance activities, will fail after a certain production time.

In addition three extensions of the GLMSP are introduced. The first extension examines the case, that a producing resource has more than one deteriorating component and the resulting implications for the production and maintenance planning. The second extension considers the in practice more relevant case of a nonlinear abrasion function of the deteriorating component of a producing resource. In the third extension the case of multiple resources with a deteriorating component is examined. Those components are maintained by a restricted number of maintenance teams.

With extensive numerical studies it is shown, that a simultaneous planning leads to lower total costs compared to sequential and independent planning approaches. It is also shown, for which case which type of maintenance activity causes the lowest total costs.



### **Schlagwörter**

Losgrößenplanung, Abnutzungsfunktion, präventive Instandhaltung

### **Keywords**

lot-sizing, wear and tear function, preventive maintenance





# Inhaltsverzeichnis

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>  | <b>XIII</b> |
| <b>Tabellenverzeichnis</b>  | <b>XV</b>   |
| <b>Algorithmenverzeichnis</b>   | <b>XVII</b> |
| <b>Abkürzungsverzeichnis</b>  | <b>XIX</b>  |
| <b>Symbolverzeichnis</b>  | <b>XIX</b>  |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>    |
| <b>2 Grundlegende Elemente der Instandhaltungsplanung und Integration in die Produktionsplanung</b>   | <b>5</b>    |
| 2.1 Formen der Instandhaltung . . . . .   | 5           |
| 2.2 Wechselwirkungen von Produktions- und Instandhaltungsplanung  | 8           |
| 2.3 Integrative Ansätze zur Koordination von Produktion und Instandhaltung . . . . .  | 12          |
| <b>3 Verknüpfung von Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodellen mittels einer Abnutzungsfunktion</b>  | <b>17</b>   |
| 3.1 Die Definition und Begründung einer Abnutzungsfunktion . . .  | 17          |
| 3.2 Bestimmung der Abnutzungsparameter und der Ressourcenbilanzgleichung . . . . .  | 18          |
| 3.3 Produktionsmengen, -reihenfolgen und die Modellierung der Zeit  | 20          |
| <b>4 Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodelle für eine Ressource mit einer einzelnen verschleißbehafteten Komponente mit linearer Abnutzungsfunktion</b> | <b>25</b>   |
| 4.1 Generelle Modellannahmen für alle Modelle . . . . .   | 25          |
| 4.2 Modelle mit Erhalt des Rüstzustandes . . . . .  | 29          |
| 4.2.1 Ein Modell mit partieller und serieller Instandhaltung . .  | 29          |
| 4.2.1.1 Modellspezifische Annahmen . . . . .  | 29          |

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 4.2.1.2 | Modellformulierung . . . . .   | 30 |
| 4.2.2   | Ein Modell mit partieller und paralleler Instandhaltung .  | 33 |
| 4.2.2.1 | Modellspezifische Annahmen . . . . .   | 33 |
| 4.2.2.2 | Modellformulierung . . . . .   | 34 |
| 4.2.3   | Ein Modell mit vollständiger und serieller Instandhaltung  | 35 |
| 4.2.3.1 | Modellspezifische Annahmen . . . . .   | 35 |
| 4.2.3.2 | Modellformulierung . . . . .   | 37 |
| 4.2.4   | Ein Modell mit vollständiger und paralleler Instandhaltung   | 40 |
| 4.2.4.1 | Modellspezifische Annahmen . . . . .   | 40 |
| 4.2.4.2 | Modellformulierung . . . . .   | 40 |
| 4.3     | Modelle mit Verlust des Rüstzustandes - Annahmen und Modellierungsansatz . . . . .                                 | 41 |
| 4.4     | Ein generelles Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell  | 43 |
| 4.4.1   | Zusätzliche Notation für das generelle Modell . . . . .  | 43 |
| 4.4.2   | Modellformulierung des generellen kapazitierten Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblems (GLMSP) . . . . . | 44 |
| 4.5     | Numerische Untersuchungen . . . . .  | 48 |
| 4.5.1   | Beschreibung der Testinstanzen . . . . .   | 48 |
| 4.5.2   | Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik . .  | 54 |
| 4.5.3   | Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung . . . . .  | 59 |

## **5 Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodelle bei mehreren verschleißbehafteten Komponenten oder nichtlinearer Abnutzungsfunktion** **71**

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 5.1     | Erweiterung des GLMSP um mehrere verschleißbehaftete Komponenten einer Ressource . . . . .   | 71 |
| 5.1.1   | Modellannahmen zur Implementierung von mehreren verschleißbehafteten Komponenten einer Ressource . . . .   | 71 |
| 5.1.2   | Modellformulierung des generellen kapazitierten Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblems für eine Ressource mit mehreren verschleißbehafteten Komponenten (GLMSP-MC) . . . . . | 74 |
| 5.1.3   | Numerische Untersuchungen . . . . .  | 80 |
| 5.1.3.1 | Beschreibung der Testinstanzen . . . . .   | 80 |
| 5.1.3.2 | Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik . . . . .  | 84 |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.1.3.3  | Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung . . . . .  | 85         |
| 5.2      | Erweiterung des GLMSP um eine nichtlineare Abnutzungsfunktion . . . . .  | 95         |
| 5.2.1    | Modellannahmen zur Implementierung einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion . . . . .  | 95         |
| 5.2.2    | Modellformulierung des generellen kapazitierten Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblems für eine verschleißbehaftete Komponente mit nichtlinearer Abnutzungsfunktion (GLMSP-NL) . . . . . | 97         |
| 5.2.3    | Numerische Untersuchungen . . . . .  | 103        |
| 5.2.3.1  | Beschreibung der Testinstanzen . . . . .   | 103        |
| 5.2.3.2  | Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik . . . . .  | 108        |
| 5.2.3.3  | Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung . . . . .  | 109        |
| <b>6</b> | <b>Ein generelles Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell für mehrere Ressourcen mit einer verschleißbehafteten Komponente mit gemeinsamen Instandhaltungsteams</b>                       | <b>119</b> |
| 6.1      | Modellannahmen für mehrere Ressourcen mit gemeinsamen Instandhaltungsteams . . . . .   | 119        |
| 6.2      | Modellformulierung des generellen kapazitierten Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblems mit mehreren Ressourcen und gemeinsamen Instandhaltungsteams (GLMSP-MR-MT) . .                  | 126        |
| 6.3      | Numerische Untersuchungen . . . . .  | 133        |
| 6.3.1    | Beschreibung der Testinstanzen . . . . .   | 133        |
| 6.3.2    | Lösungsansatz - adaptierte Fix & Optimize-Heuristik . .  | 134        |
| 6.3.3    | Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung . . . . .  | 138        |
| <b>7</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>  | <b>149</b> |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>  | <b>151</b> |
|          | <b>Anhang</b>  | <b>157</b> |
| <b>A</b> | <b>Modellformulierung des Hauptproduktionsprogrammplanungsproblems mit gleichzeitiger Instandhaltungsplanung</b>   | <b>159</b> |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>B</b> | <b>Generierte Nachfragedaten für alle Modelle</b>                                      | <b>163</b> |
| B.1      | Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des GLMSP                    | 164        |
| B.2      | Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des<br>GLMSP-MC . . . . .    | 165        |
| B.3      | Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des<br>GLMSP-NL . . . . .    | 166        |
| B.4      | Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des<br>GLMSP-MR-MT . . . . . | 167        |

# Abbildungsverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Unterteilung der Instandhaltung . . . . .   | 6  |
| 2.2 | Verlauf des Abnutzungsvorrats . . . . .   | 7  |
| 2.3 | Überblick über die möglichen Kombinationen der verschiedenen Instandhaltungsmaßnahmen . . . . .   | 9  |
| 2.4 | Beispiel 1 zur Wechselwirkung zwischen Produktions- und Instandhaltungsplanung: reaktive Instandhaltung (keine Instandhaltungsplanung) . . . . .  | 10 |
| 2.5 | Beispiel 2 zur Wechselwirkung zwischen Produktions- und Instandhaltungsplanung: vorausbestimmte präventive Instandhaltung . . . .   | 11 |
| 3.1 | Zusammenhang zwischen der Produktionsmenge und dem Abnutzungsvorrat . . . . .   | 18 |
| 3.2 | Lineare Abnutzungsfunktion . . . . .  | 19 |
| 3.3 | Ressourcenbilanzgleichung . . . . .   | 20 |
| 3.4 | Grundstruktur einer kapazitätsorientierten operativen Produktionsplanung und -steuerung . . . . .   | 21 |
| 3.5 | Möglicher Ablaufplan . . . . .  | 23 |
| 4.1 | Zeitlicher Ablauf der Produktion innerhalb einer Mikroperiode $t$ . .   | 26 |
| 4.2 | Verwendung der Zustandsvariablen $S_t^1$ bis $S_t^4$ innerhalb einer Mikroperiode $t$ . . . . .   | 27 |
| 4.3 | Zeitstruktur einer Mikroperiode $t$ im Fall von partieller, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes . . . . .   | 30 |
| 4.4 | Zeitstruktur einer Mikroperiode $t$ im Fall von partieller, paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes, wobei die Instandhaltungsmaßnahme nach der ersten Produktionsmenge $Q_{kt}^1$ weniger Zeit benötigt als der Rüstvorgang . . . . . | 34 |
| 4.5 | Zeitstruktur einer Mikroperiode $t$ im Fall von vollständiger, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes . . . . .  | 36 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.6  | Zeitstruktur einer Mikroperiode $t$ im Fall von vollständiger, paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes, wobei die Instandhaltungsmaßnahme nach der ersten Produktionsmenge $Q_{kt}^1$ mehr Zeit benötigt als der Rüstvorgang . . . . .     | 40  |
| 4.7  | Zustandsverlauf im Fall von vollständiger, serieller Instandhaltung bei Verlust des Rüstzustandes . . . . .   | 43  |
| 4.8  | Überblick über die acht möglichen Kombinationen von $\alpha$ , $\beta$ , und $\gamma$ .   | 44  |
| 4.9  | Beispiel zum Ablauf der produktorientierten Dekomposition PoD1 zur Lösung des GLMSP Quelle: In Anlehnung an Sahling (2010) S. 78 [-2mm] . .   | 58  |
| 4.10 | Beispiel zum Ablauf der ressourcenorientierten Dekomposition RoD zur Lösung des GLMSP Quelle: In Anlehnung an Sahling (2010) S. 80 . . .  | 59  |
| 5.1  | Stückweise Linearisierung einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion .  | 95  |
| 5.2  | Produktion im jeweils aktuellen Linearisierungsabschnitt im Fall von partieller, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes . . .  | 101 |
| 5.3  | Nichtlineare, konkave Abnutzungsfunktion . . . . .  | 105 |
| 5.4  | Nichtlineare Abnutzungsfunktion mit Wendepunkt . . . . .  | 105 |
| 6.1  | Parallele Kapazitätsplanung von Produktionsressourcen und Instandhaltungsteams . . . . .  | 120 |
| 6.2  | Verwendung der Startzeitpunktvariablen $B_{f_{rt}}^1$ und $B_{f_{rt}}^2$ , der Wartezeitvariablen $W_{f_{rt}}^1$ und $W_{f_{rt}}^2$ sowie der Leerlaufvariablen $L_{rt}$ innerhalb einer Mikroperiode $t$ für Ressource 1 und Instandhaltungsteam 1 . . . | 130 |

# Tabellenverzeichnis

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.1  | Produktionsmengen von Produkt $k$ in Periode $t$ . . . . .  | 22  |
| 3.2  | Anzahl an vollständigen Instandhaltungen in Periode $t$ . . . . .   | 22  |
| 4.1  | Untersuchte Problemklassen für das GLMSP . . . . .  | 48  |
| 4.2  | Parameter für die Testinstanzen des GLMSP . . . . .   | 49  |
| 4.3  | Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A und B des GLMSP . . . . .      | 63  |
| 4.4  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A des GLMSP . . . . .   | 68  |
| 4.5  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B des GLMSP . . . . .   | 69  |
| 5.1  | Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-MC . . . . .   | 80  |
| 5.2  | Parameter für die Testinstanzen des GLMSP-MC . . . . .  | 81  |
| 5.3  | Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MC . . . . . | 87  |
| 5.4  | Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MC . . . . . | 88  |
| 5.5  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-MC . . .   | 91  |
| 5.6  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-MC . . .   | 92  |
| 5.7  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-MC . . .   | 93  |
| 5.8  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-MC . . .   | 94  |
| 5.9  | Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-NL . . . . .   | 103 |
| 5.10 | Parameter für die Testinstanzen . . . . .   | 104 |
| 5.11 | Verschiedene F&O-Heuristik Ansätze für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-NL . . . . .                           | 111 |
| 5.12 | Verschiedene F&O-Heuristik Ansätze für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-NL . . . . .                           | 111 |
| 5.13 | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-NL . . .   | 115 |
| 5.14 | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-NL . . .   | 116 |
| 5.15 | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-NL . . .   | 117 |
| 5.16 | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-NL . . .   | 118 |
| 6.1  | Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-MR-MT . . . . .  | 134 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 6.2  | Parameter für die Testinstanzen . . . . .  | 135 |
| 6.3  | Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MR-MT . . . . . | 140 |
| 6.4  | Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MR-MT . . . . . | 141 |
| 6.5  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-MR-MT   | 144 |
| 6.6  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-MR-MT   | 145 |
| 6.7  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-MR-MT   | 146 |
| 6.8  | Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-MR-MT   | 147 |
| A.1  | Parameter für das HPP mit Instandhaltungsplanung . . . . .   | 161 |
| A.2  | Abnutzung $a_k$ der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME von Produkt $k$ . . . . .                  | 161 |
| A.3  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für das HPP mit Instandhaltungsplanung .   | 162 |
| B.1  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse A des GLMSP . . . . .  | 164 |
| B.2  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse B des GLMSP . . . . .  | 164 |
| B.3  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MC . . . . .                                     | 165 |
| B.4  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MC . . . . .                                     | 165 |
| B.5  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-NL . . . . .                                     | 166 |
| B.6  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-NL . . . . .                                     | 166 |
| B.7  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse A1 des GLMSP-MR-MT   | 167 |
| B.8  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse A2 des GLMSP-MR-MT   | 167 |
| B.9  | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse B1 des GLMSP-MR-MT   | 167 |
| B.10 | Gegebene Nachfrage $d_{kt}$ für Problemklasse B2 des GLMSP-MR-MT   | 168 |



# Algorithmenverzeichnis

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 4.1 | Bestimmung einer zulässigen Startlösung für die F&O-Heuristik zur Lösung des GLMSP . . . . . | 56 |
| 4.2 | Ablauf der produktorientierten Dekomposition PoD2 zur Lösung des GLMSP . . . . .             | 59 |
| 4.3 | Ablauf der ressourcenorientierten Dekomposition zur Lösung des GLMSP . . . . .               | 60 |



# Symbolverzeichnis

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung} \\ & \text{erhalten wird} \\ 0, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung} \\ & \text{verloren geht} \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung möglich ist} \\ 0, & \text{wenn vollständige Instandhaltung möglich ist} \end{cases}$$

$$\delta_{kt}^* \quad \text{optimale Ausprägung der Entscheidungsvariable } \delta_{kt}$$

$$\delta_{krt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn ein Rüstvorgang für Produkt } k \text{ in Mikroperiode } t \\ & \text{auf Ressource } r \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\delta_{kt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn ein Rüstvorgang für Produkt } k \text{ in Mikroperiode } t \\ & \text{geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\gamma = \begin{cases} 1, & \text{wenn nur serielles Rüsten und Instandhalten möglich ist} \\ 0, & \text{wenn auch paralleles Rüsten und Instandhalten möglich ist} \end{cases}$$

$$\kappa \quad \text{Länge des Planungsfensters}$$

$$\lambda \quad \text{Anzahl der Mikroperioden, um die ein Planungsfenster verschoben} \\ \text{wird}$$

$$\mu_t^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{f rt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{krt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{mt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung von Komponente } m \\ & \text{vor der Produktion der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_t^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{f rt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{krt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{mt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung von Komponente } m \\ & \text{vor der Produktion der Menge } Q_{kt}^2 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$\omega_{kt}^*$  optimale Ausprägung der Entscheidungsvariable  $\omega_{kt}$

$$\omega_{krt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Ressource } r \text{ am Ende von Mikroperiode } t \text{ für} \\ & \text{Produkt } k \text{ gerüstet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\omega_{kt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Ressource am Ende von Mikroperiode } t \text{ für} \\ & \text{Produkt } k \text{ gerüstet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

|                        |  |
|------------------------|--|
| $\bar{\delta}_{krt}$   | Fixierter Wert der binären Rüstvariablen $\delta_{krt}$  |
| $\bar{\delta}_{kt}$    | Fixierter Wert der binären Rüstvariablen $\delta_{kt}$   |
| $\bar{\mu}_t^1$        | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$  |
| $\bar{\mu}_{f rt}^1$   | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^1$   |
| $\bar{\mu}_t^2$        | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^2$  |
| $\bar{\mu}_{f rt}^2$   | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^2$   |
| $\bar{\omega}_{krt}$   | Fixierter Wert der binären Rüstzustandsvariablen $\omega_{krt}$  |
| $\bar{\omega}_{kt}$    | Fixierter Wert der binären Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$   |
| $\bar{\rho}_{f rst}^1$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\rho_{f rst}^1$  |
| $\bar{\rho}_{f rst}^2$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\rho_{f rst}^2$  |
| $\bar{\theta}_{hkt}^1$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\theta_{hkt}^1$  |
| $\bar{\theta}_{hkt}^2$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\theta_{hkt}^1$  |
| $\bar{v}_{f rt}^1$     | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^1$  |
| $\bar{v}_{mt}^1$       | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$  |
| $\bar{v}_{f rt}^2$     | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^2$  |
| $\bar{v}_{mt}^2$       | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^2$  |
| $\rho_{f rst}^1$       | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn Ressource } s \text{ nach Ressource } r \text{ vor der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{krt}^1 \text{ durch Team } f \text{ instand gehalten wird} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ |

$$\rho_{f rst}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn Ressource } s \text{ nach Ressource } r \text{ nach der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{krt}^1 \text{ durch Team } f \text{ instand gehalten wird} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\theta_{hkt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn die erste Produktionsmenge } Q_{hkt}^1 \text{ für Produkt } k \text{ im} \\ & \text{linearisierten Abschnitt } h \text{ der nichtlinearen Abnutzungs-} \\ & \text{funktion in Mikroperiode } t \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\theta_{hkt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn die zweite Produktionsmenge } Q_{hkt}^2 \text{ für Produkt } k \text{ im} \\ & \text{linearisierten Abschnitt } h \text{ der nichtlinearen Abnutzungs-} \\ & \text{funktion in Mikroperiode } t \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{mt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine serielle Instandhaltung von Komponente } m \text{ vor} \\ & \text{der Produktion der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{mt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine serielle Instandhaltung von Komponente } m \text{ vor} \\ & \text{der Produktion der Menge } Q_{kt}^2 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{f rt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung vor der Produktion der} \\ & \text{Menge } Q_{kt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{f rt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung nach der Produktion der} \\ & \text{Menge } Q_{kt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$\overline{awr}$  durchschnittliche Abnutzung pro Makroperiode über alle Produkte

$a_k$  Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME von Produkt  $k$

|                  |  |
|------------------|--|
| $a_{hk}$         | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter Mengeneinheit von Produkt $k$ im linearisierten Abschnitt $h$ der nicht-linearen Abnutzungsfunktion |
| $a_{kr}$         | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente von Ressource $r$ pro produzierter ME von Produkt $k$  |
| $a_{mk}$         | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente $m$ der Ressource pro produzierter Mengeneinheit   |
| $B_{f rt}^1$     | Startzeitpunkt der Instandhaltungsmaßnahme auf der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$  |
| $B_{f rt}^2$     | Startzeitpunkt der Instandhaltungsmaßnahme auf der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$   |
| $\overline{cm}$  | durchschnittliche Instandhaltungskosten pro Makroperiode   |
| $\overline{csi}$ | durchschnittliche Rüst- und Lagerkosten pro Makroperiode   |
| $\overline{c}$   | durchschnittliche Kapazität, die pro Makroperiode benötigt wird  |
| $c_\tau$         | Verfügbare Kapazität in Makroperiode $\tau$  |
| $C_t$            | Verwendete Kapazität in Mikroperiode $t$   |
| $c_t$            | Verfügbare Kapazität in Periode $t$  |
| $C_{rt}$         | Verwendete Kapazität von Ressource $r$ in Mikroperiode $t$   |
| $CB_t$           | Kapazitätsgewinn durch paralleles Rüsten und Instandhalten in Mikroperiode $t$   |
| $CB_{rt}$        | Kapazitätsgewinn auf Ressource $r$ durch paralleles Rüsten und Instandhalten in Mikroperiode $t$   |
| $ce_k$           | Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE   |
| $ci_k$           | Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE  |

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $cm$                          | Kosten einer Mengeneinheit partieller Instandhaltung   |
| $cm^{rel}$                    | Instandhaltungskosten als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten in einer Makroperiode                |
| $cm_r$                        | Kosten einer Mengeneinheit partieller Instandhaltung der verschleiß-behafteten Komponente der Ressource $r$                  |
| $cs_k$                        | Rüstkosten für Produkt $k$ in GE   |
| $cs_{kr}$                     | Rüstkosten für Produkt $k$ auf Ressource $r$ in GE   |
| $cv$                          | Kosten für eine vollständige Instandhaltung  |
| $cv_r$                        | Kosten für eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$                            |
| $\overline{d}_k$              | durchschnittliche Nachfrage von Produkt $k$ pro Makroperiode $\tau$  |
| $d_{kt}$                      | Nachfrage nach Produkt $k$ in Mikroperiode $t$   |
| $f \in \mathcal{F}$           | Menge der Instandhaltungsteams, $\mathcal{F} = \{1, \dots, F\}$  |
| $h, h' \in \mathcal{H}$       | Menge der linearisierten Abschnitte der nichtlinearen Abnutzungs-funktion, $\mathcal{H} = \{1, \dots, H\}$                   |
| $I_{k0}$                      | Anfangslagerbestand von Produkt $k$  |
| $I_{kt}$                      | Lagerbestand von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$  |
| $k \in \mathcal{K}$           | Menge der Produkte, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$  |
| $Kapa$                        | Kapazitätsauslastung der betrachteten Ressource  |
| $\mathcal{KT}$                | Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$  |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , deren jewei-lige binäre Rüstvariablen $\delta_{krt}$ fixiert sind |



|                               |   |
|-------------------------------|---|
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{kt}$ fixiert sind                         |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{kt}$ optimiert werden                     |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{kt}$ optimiert werden                     |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ fixiert sind                 |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ fixiert sind                 |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ optimiert werden             |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ optimiert werden             |
| $\mathcal{KT}_{\theta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Variablen $\theta_{hkt}^1$ und $\theta_{hkt}^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{KT}_{\theta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Variablen $\theta_{hkt}^1$ und $\theta_{hkt}^2$ optimiert werden |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{fix}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$ und $\mu_t^2$ fixiert sind          |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{opt}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$ und $\mu_t^2$ optimiert werden      |
| $L_{rt}$                      | Leerlauf auf Ressource $r$ in Mikroperiode $t$  |
| $m \in \mathcal{M}$           | Menge der verschleißbehafteten Komponenten der Ressource, $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$   |

|                     |  |
|---------------------|--|
| $m^{\max}$          | Maximale Anzahl an Komponenten, die gleichzeitig instand gesetzt werden können   |
| $M_t$               | Anzahl an vollständigen Instandhaltungen in Periode $t$  |
| $p$                 | Hilfsparameter zur Bestimmung der Anzahl der Mikroperioden je Makroperiode in Abhängigkeit von der Anzahl der Produkte           |
| $pm$                | Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung   |
| $Q_{hkt}^1$         | Erste Produktionsmenge von Produkt $k$ im linearisierten Abschnitt $h$ der nichtlinearen Abnutzungsfunktion in Mikroperiode $t$  |
| $Q_{krt}^1$         | Erste Produktionsmenge von Produkt $k$ auf Ressource $r$ am Anfang von Mikroperiode $t$  |
| $Q_{kt}^1$          | Erste Produktionsmenge von Produkt $k$ am Anfang von Mikroperiode $t$  |
| $Q_{hkt}^2$         | Zweite Produktionsmenge von Produkt $k$ im linearisierten Abschnitt $h$ der nichtlinearen Abnutzungsfunktion in Mikroperiode $t$ |
| $Q_{krt}^2$         | Zweite Produktionsmenge von Produkt $k$ auf Ressource $r$ am Ende von Mikroperiode $t$   |
| $Q_{kt}^2$          | Zweite Produktionsmenge von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$   |
| $Q_{kt}$            | Produktionsmenge von Produkt $k$ in Mikroperiode $t$   |
| $r \in \mathcal{R}$ | Menge der Ressourcen, $\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$  |
| $S_t^1$             | Zustand der verschleißbehafteten Komponente vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                          |
| $S_{mt}^1$          | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                      |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $S_{rt}^1$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                    |
| $S_t^2$         | Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                                     |
| $S_{mt}^2$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                                 |
| $S_{rt}^2$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$                   |
| $S_t^3$         | Zustand der verschleißbehafteten Komponente vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                                      |
| $S_{mt}^3$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                                  |
| $S_{rt}^3$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                    |
| $S_t^4$         | Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                                     |
| $S_{mt}^4$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                                 |
| $S_{rt}^4$      | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                   |
| $s^{\max}$      | Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente   |
| $s^{\min}$      | Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente   |
| $s_{hk}^{\min}$ | Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente für Produkt $k$ für den linearisierten Abschnitt $h$ der nichtlinearen Abnutzungsfunktion |
| $s_0$           | Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente   |

|                           |  |
|---------------------------|--|
| $S_t$                     | Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Ende von Mikroperiode $t$   |
| $SI_t^1$                  | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |
| $SI_{frt}^1$              | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |
| $SI_{mt}^1$               | Zustandserhöhung von Komponente $m$ durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$                                     |
| $SI_t^2$                  | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$   |
| $SI_{frt}^2$              | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ |
| $SI_{mt}^2$               | Zustandserhöhung von Komponente $m$ durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$                                     |
| $\overline{tm}$           | durchschnittliche Instandhaltungszeit in einer Makroperiode  |
| $\overline{tp}$           | durchschnittliche Produktionszeit pro Makroperiode über alle Produkte  |
| $\overline{ts}$           | durchschnittliche Rüstzeit pro Makroperiode über alle Produkte   |
| $\tau \in \mathcal{P}$    | Menge der Makroperioden, $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$   |
| $t \in \mathcal{TM}$      | Untermenge der $K$ -ten Mikroperioden, $\mathcal{TM} = \{K, 2 \cdot K, \dots, P \cdot K\}$   |
| $t \in \mathcal{TM}$      | Untermenge der $K$ -ten Mikroperioden, $\mathcal{TM} = \{K, 2 \cdot K, \dots, T\}$   |
| $t \in \mathcal{TP}_\tau$ | Untermengen der Mikroperioden der Makroperiode $\tau$ , $\mathcal{TP}_\tau = \{K \cdot (\tau - 1) + 1, \dots, K \cdot \tau\}$                          |

|                     |   |
|---------------------|---|
| $t \in \mathcal{T}$ | Menge der Mikroperioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$  |
| $T_t^{p1}$          | Gesamtzeit für die serielle Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$             |
| $T_t^{p2}$          | Gesamtzeit für die serielle Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$             |
| $T_t^{v1}$          | Gesamtzeit für die vollständige Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$         |
| $T_t^{v2}$          | Gesamtzeit für die vollständige Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$         |
| $tm$                | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung benötigt wird   |
| $tm^{rel}$          | Instandhaltungszeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüstzeit in einer Makroperiode                      |
| $tm_m$              | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung von Komponente $m$ benötigt wird                                    |
| $tm_r$              | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ benötigt wird |
| $tp_k$              | Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$   |
| $tp_{kr}$           | Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$ auf Ressource $r$   |
| $ts^{rel}$          | Rüstzeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Produktionszeit in einer Makroperiode                          |
| $ts_k$              | Rüstzeit für Produkt $k$  |
| $ts_{kr}$           | Rüstzeit für Produkt $k$ auf Ressource $r$  |
| $tv$                | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung benötigt wird  |

|                          |  |
|--------------------------|--|
| $tv_m$                   | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung von Komponente $m$ benötigt wird  |
| $tv_r$                   | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ benötigt wird                                   |
| $\mathcal{T}_\mu^{fix}$  | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{frt}^1$ und $\mu_{frt}^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{T}_\mu^{opt}$  | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{frt}^1$ und $\mu_{frt}^2$ optimiert werden |
| $\mathcal{T}_\rho^{fix}$ | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären Variablen $\rho_{frst}^1$ und $\rho_{frst}^2$ fixiert sind                              |
| $\mathcal{T}_\rho^{opt}$ | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären Variablen $\rho_{frst}^1$ und $\rho_{frst}^2$ optimiert werden                          |
| $\mathcal{T}_v^{fix}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{frt}^1$ und $v_{frt}^2$ fixiert sind            |
| $\mathcal{T}_v^{fix}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$ und $v_{mt}^2$ fixiert sind              |
| $\mathcal{T}_v^{opt}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{frt}^1$ und $v_{frt}^2$ optimiert werden        |
| $\mathcal{T}_v^{opt}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$ und $v_{mt}^2$ optimiert werden          |
| $U_t^1$                  | Menge an partieller Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$   |
| $U_{frt}^1$              | Menge an partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$      |
| $U_{mt}^1$               | Menge an partieller Instandhaltung von Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |

|              |  |
|--------------|--|
| $U_t^2$      | Menge an partieller Instandhaltung nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |
| $U_{f rt}^2$ | Menge an partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$ |
| $U_{mt}^2$   | Menge an partieller Instandhaltung von Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$  |
| $W_{f rt}^1$ | Wartezeit von Team $f$ bis zum Beginn der Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$  |
| $W_{f rt}^2$ | Wartezeit von Team $f$ bis zum Beginn der Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$ |
| $X_{kt}$     | Fremdbezug von Produkt $k$ in Makroperiode $t$ in ME   |
| $Y_{hkt}^1$  | Hilfsvariable zur Linearisierung   |
| $Y_{hkt}^2$  | Hilfsvariable zur Linearisierung   |
| $z$          | Zielfunktionswert  |
| $Z^{best}$   | besten bekannter Zielfunktionswert   |
| $Z_t$        | Endzeitpunkt von Mikroperiode $t$  |





# 1 Einleitung

Die operative Produktionsplanung bestimmt die Anzahl und die Reihenfolge der zu produzierenden Güter einer Ressource.

Dem gegenüber steht die Abnutzung und der Verschleiß der produzierenden Ressource, wie zum Beispiel den Werkzeugen oder Maschinenteilen. Diese müssen regelmäßig gewartet und instandgehalten ggf. sogar verbessert werden, um produzieren zu können.

Dadurch ist die Produktionsplanung abhängig von der Instandhaltungsplanung. Aber auch die Instandhaltungsplanung hängt von der Produktionsplanung ab, da je nach Produkt eine unterschiedliche Beanspruchung der produzierenden Ressource erfolgt.

Es existiert folglich eine Wechselwirkung zwischen der Produktions- und der Instandhaltungsplanung. Darüber hinaus benötigen beide Aktivitäten, die Produktion sowie die Instandhaltung, Kapazität auf der produzierenden Ressource, was die Verfügbarkeit gegenseitig einschränkt.

Bei der Produktionsplanung wird die Instandhaltungsplanung allerdings entweder gar nicht berücksichtigt, so dass nur reaktive Instandhaltungen stattfinden oder die Instandhaltung wird zeitbasiert durchgeführt. Hier werden im Vorhinein feste Instandhaltungsintervalle für die produzierende Ressource eingeplant, in denen die Ressource dann nicht für die Produktion zur Verfügung steht, unabhängig vom Zustand der Ressource.

Beide Ansätze führen dazu, dass die produzierende Ressource unvorhergesehen ausfällt und es zu ungeplanten Stillständen sowie daraus resultierenden Kapazitätsengpässen bei der Produktion kommt.

Eine zustandsorientierte Instandhaltungsplanung wirkt diesen unvorhergesehenen oder ungeplanten Ausfällen entgegen. Basierend auf dem aktuellen Zustand der produzierenden Ressource und dem Produktionsplan wird im Voraus ermittelt, wann eine Ressource ausfallen könnte, und entsprechend eine Instandhaltungsmaßnahme geplant, um den Ausfall zu vermeiden.

Noch effizienter wird diese zustandsorientierte Instandhaltungsplanung, wenn sie simultan mit der Produktionsplanung erfolgt und nicht im Anschluss, da durch die gleichzeitige Planung die Produktionsreihenfolge ggf. so angepasst werden kann, dass eine Instandhaltungsmaßnahme mit einer Rüstmaßnahme zusammenfällt, was zu einer Einsparung von benötigter Kapazität und Rüstzeit führen kann,

besonders wenn der Rüstzustand einer Ressource nach einer Instandhaltungsmaßnahme verloren geht.

Dieser Ansatz der simultanen Produktions- und Instandhaltungsplanung wird in dieser Arbeit in Form von verschiedenen grundlegenden Modellen, die verschiedene Aspekte der Instandhaltungsplanung und deren Auswirkung auf die Produktionsplanung aufzeigen, verfolgt.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. Kapitel 2 verschafft zunächst einen Überblick über grundlegende Elemente der Instandhaltungsplanung sowie deren Integration in die Produktionsplanung. Nach einer Definition verschiedener Formen der Instandhaltung werden die Wechselwirkungen zwischen der Produktions- und Instandhaltungsplanung anhand zweier Beispiele aufgezeigt. Zudem wird eine kurze Übersicht über in der Literatur bereits vorhandene integrative Ansätze zur Koordination von Produktion und Instandhaltung gegeben.

Kapitel 3 wendet sich der Verknüpfung von Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodellen mittels einer Abnutzungsfunktion zu. Zunächst wird eine Abnutzungsfunktion definiert und ihre Notwendigkeit begründet. Danach werden die Bestimmung der Abnutzungsparameter sowie die Herleitung der Ressourcenbilanzgleichung aufgezeigt. Die Notwendigkeit von Produktionsreihenfolgen und einer genauen Modellierung der Zeit innerhalb eines Optimierungsmodells werden anhand eines Beispiels der Hauptproduktionsplanung präsentiert.

In Kapitel 4 werden verschiedene Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodelle für eine Ressource mit einer einzelnen verschleißbehafteten Komponente mit einer linearen Abnutzungsfunktion vorgestellt.

Nach der Beschreibung der generellen Modellannahmen für alle Modelle dieses Kapitels werden zunächst die Modelle mit Rüsterhalt betrachtet. Hierbei wird zwischen den Modellen mit partieller und vollständiger sowie serieller und paralleler Instandhaltung unterschieden. Danach folgen die Modelle mit Rüstverlust. Zur besseren Übersicht und im Hinblick auf die Erweiterung dieser Modelle um zusätzliche Bedingungen in den nachfolgenden Kapiteln, werden die acht Modelle mithilfe von Inzidenzparametern zu einem generellen Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell zusammengefasst.

Um die Vorteile der simultanen Produktions- und Instandhaltungsplanung zu zeigen, wird im nächsten Abschnitt geschildert, wie verschiedene Testinstanzen für das generelle Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell erzeugt werden. Es werden dabei verschiedene Testparameter verwendet, um die unterschiedlichen Aspekte der simultanen Produktions- und Instandhaltungsplanung aufzuzeigen.

Zur Lösung der Modelle wird die von Sahling (2010) vorgestellte Fix&Optimize-Heuristik auf die zu lösenden Modelle angepasst. Die numerischen Untersuchungen sollen zwei Aspekte betrachten: zum einen die Lösungsgeschwindigkeit der Fix&Optimize-Heuristik gegenüber einem Standardsolver und zum anderen die Einflüsse der verschiedenen Instandhaltungsfälle auf die Gesamtkosten, verglichen auch mit nicht-simultanen Planungsansätzen.

Im ersten Teil des 5. Kapitels wird das in Kapitel 4 vorgestellte generelle Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell um mehrere verschleißbehaftete Komponenten erweitert. Auch hier werden umfangreiche numerische Untersuchungen auf Basis der gefundenen Lösungen der Fix&Optimize-Heuristik durchgeführt, um auch in diesem Fall aufzuzeigen, wann es sinnvoll ist, eine integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung durchzuführen.

Im zweiten Teil wird das generelle Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell aus Kapitel 4 um die Möglichkeit einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion ergänzt und ebenfalls numerisch untersucht.

In Kapitel 6 wird ein generelles Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell mit mehreren Ressourcen mit einer verschleißbehafteten Komponente mit gemeinsamen Instandhaltungsteams vorgestellt. Dafür werden zunächst die in Kapitel 4 getroffenen Annahmen um mehrere Ressourcen und Instandhaltungsteams erweitert. In den numerischen Untersuchungen wird unter anderem aufgezeigt, inwieweit die Einschränkung der Instandhaltungsmöglichkeiten durch gemeinsame Instandhaltungsteams Auswirkungen auf die Gesamtkosten und die Planung der Instandhaltung hat.

Die Arbeit endet mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf offene Forschungsfragen in Kapitel 7.



# **2 Grundlegende Elemente der Instandhaltungsplanung und Integration in die Produktionsplanung**

## **2.1 Formen der Instandhaltung**

Der Begriff der Instandhaltung ist in der DIN-Norm 31051 wie folgt definiert:

„Instandhaltung ist die Kombination aller technischen und administrativen Maßnahmen sowie Maßnahmen des Managements während des Lebenszyklus einer Einheit, die dem Erhalt oder der Wiederherstellung ihres funktionsfähigen Zustands dient, sodass sie die geforderte Funktion erfüllen kann.“

Eine Einheit ist dabei definiert als ein Teil, ein Bauelement, ein Gerät, ein Teilsystem, eine Funktionseinheit, ein Betriebsmittel oder ein System, das/die für sich allein beschrieben und betrachtet werden kann.<sup>1</sup>

Die Instandhaltung kann vollständig in die Grundmaßnahmen Wartung, Inspektion, Instandsetzung und Verbesserung unterteilt werden,<sup>2</sup> vergleiche Abbildung 2.1.

Wartungsmaßnahmen verzögern den Abbau des vorhandenen Abnutzungsvorrats. Sie beinhalten unter anderem die Funktionsprüfung und die Rückmeldung.<sup>3</sup>

Inspektionen sind Maßnahmen zur Feststellung und Beurteilung des Istzustandes einer Einheit einschließlich der Bestimmung der Ursachen der Abnutzung und des Erkennens der notwendigen Konsequenzen für eine künftige Nutzung. Sie beinhalten unter anderem die Auswertung der Ergebnisse zur Beurteilung des Istzustandes und die Fehleranalyse.<sup>4</sup>

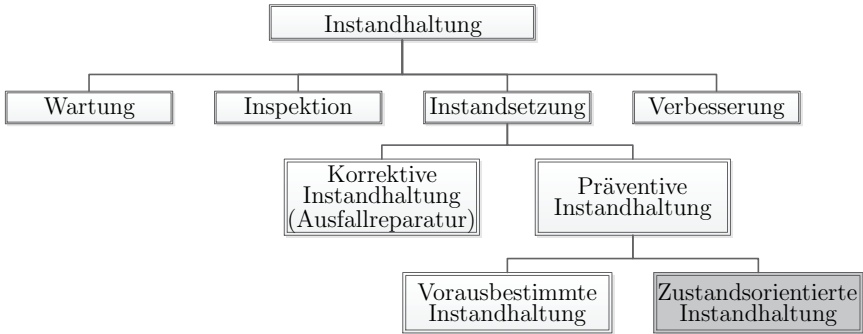
---

1 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 7.

2 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 4.

3 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 5.

4 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 5.



**Abbildung 2.1: Unterteilung der Instandhaltung**

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an DIN 31051, S. 4

Verbesserung ist die Kombination aller technischen und administrativen Maßnahmen sowie Maßnahmen des Managements zur Steigerung der Zuverlässigkeit und/oder Instandhaltbarkeit und/oder Sicherheit einer Einheit, ohne ihre ursprüngliche Funktion zu ändern.<sup>5</sup>

Instandsetzung ist die physische Maßnahme, die ausgeführt wird, um die Funktion einer fehlerhaften Einheit wiederherzustellen.<sup>6</sup> Es wird dabei zwischen korrektiver (reaktiver) und präventiver (geplanter) Instandhaltung unterschieden.<sup>7</sup>

In früherer Zeit war die korrektive Instandhaltung am häufigsten vertreten, wobei Instandhaltung nur durchgeführt wurde, wenn eine Maschine ausfiel. Vorausschauend planen war aufgrund technischer Einschränkungen nicht möglich. Dieser reaktive Ansatz verursacht hohe Kosten, die nicht nur aus den anfallenden Instandhaltungskosten und Materialien bestehen, sondern auch Produktionsverzögerungen und Lieferengpässe aufgrund ungeplanter Unterbrechungen des Produktionsprozesses zur Folge haben.

Im Zuge des technischen Fortschritts hat die präventive Instandhaltung in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen. Die vorhandene Produktionskapazität kann besser genutzt und Liefertermine können besser eingehalten werden. Instandhaltungspläne werden vor der eigentlichen Produktion erstellt, was es einfacher macht, vor auszuplanen und dadurch Kosten zu reduzieren, besonders durch die Verminderung von verspäteten Lieferungen.

<sup>5</sup> Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 6.

<sup>6</sup> Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 6.

<sup>7</sup> Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2010), S. 38.

Bei der präventiven Instandhaltung wird zwischen vorausbestimmter (zeitbasierter) und zustandsorientierter Instandhaltung unterschieden.

Vorausbestimmte Instandhaltung wird in festgelegten Zeitabständen oder nach einer festgelegten Anzahl von Nutzungseinheiten durchgeführt, jedoch ohne vorherige Zustandsermittlung.<sup>8</sup>

Demgegenüber beinhaltet zustandsorientierte Instandhaltung eine Kombination aus Zustandsüberwachung und/oder Konformitätsprüfung und/oder Prüfverfahren, Analysen und den daraus resultierenden Instandhaltungsmaßnahmen.<sup>9</sup>

Die Zeit bzw. Produktionsmenge zwischen zwei zustandsorientierten Instandhaltungen ist dadurch nicht fest vorgegeben, sondern variiert im Zeitablauf.

Zur besseren Verständlichkeit wird im Folgenden nur noch der Begriff verschleißbehaftete Komponente verwendet, wenn die Abnutzung und Instandhaltung betrachtet wird. Diese verschleißbehaftete Komponente kann eine einzelne Komponente, ein Bauteil oder eine ganze Ressource sein.

Eine verschleißbehaftete Komponente besitzt einen Abnutzungsvorrat, einen Vorrat der möglichen Funktionserfüllungen unter festgelegten Bedingungen. Dieser wohnt einer verschleißbehafteten Komponente aufgrund der Herstellung, Instandsetzung oder Verbesserung inne,<sup>10</sup> vergleiche Abbildung 2.2.

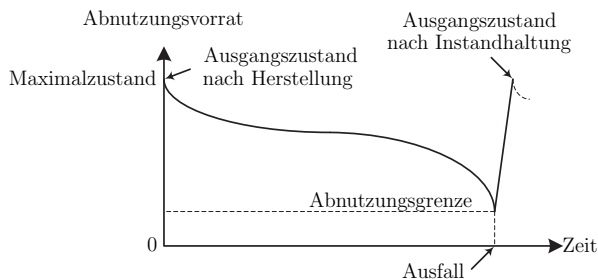


Abbildung 2.2: Verlauf des Abnutzungsvorrats

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an DIN 31051, S. 8

Dieser Abnutzungsvorrat kann während einer Instandhaltungsmaßnahme entweder partiell oder vollständig wiederhergestellt werden. Die vollständige Instandhaltung ist in der Praxis am weitesten verbreitet. Nach einer vollständigen Instandhal-

8 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2010), S. 22.

9 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2010), S. 22.

10 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 8.

tung ist der Abnutzungsvorrat wieder auf dem Maximalwert. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn verschleißbehaftete Werkzeuge ausgetauscht werden.

Aber nicht bei allen verschleißbehafteten Komponenten ist eine vollständige Instandhaltung notwendig oder sinnvoll. Manchmal reicht es aus, den Abnutzungsvorrat um einen bestimmten Anteil zu erhöhen, um keinen Ausfall der verschleißbehafteten Komponente zu riskieren. Dann wird von partieller Instandhaltung gesprochen. Partielle Instandhaltung kommt zum Beispiel bei Schmiermitteln oder bei komplexeren Bauteilen vor, bei denen das Erreichen des Maximalwertes des Abnutzungsvorrats sehr viel Zeit und Kosten in Anspruch nehmen würde und für die Produktion nicht zwingend nötig ist.

Neben Instandhaltungsmaßnahmen werden auch Rüstmaßnahmen durchgeführt, um verschiedene Produkte auf einer Ressource herstellen zu können. Diese Rüstvorgänge benötigen oft viel Zeit und eine Produktion ist genau wie bei Instandhaltungsmaßnahmen währenddessen nicht möglich.

In bestimmten Fällen können Instandhaltungsmaßnahmen parallel zu den Rüstmaßnahmen durchgeführt werden, wenn zum Beispiel Werkzeuge durch Rüstmaßnahmen ohnehin gewechselt werden müssen, oder wenn es möglich ist, dass die Instandhaltungsmitarbeiter gleichzeitig mit den Rüstmitarbeitern an einer Ressource arbeiten können, ohne sich gegenseitig zu behindern. Wenn parallele Instandhaltungsmaßnahmen nicht möglich sind, wird von seriellen Instandhaltungs- und Rüstvorgängen gesprochen.

In solchen Fällen finden die Instandhaltungsmaßnahmen meist vor den Rüstmaßnahmen statt, da bei bestimmten Instandhaltungen, wenn zum Beispiel für die Instandhaltung ein anderes Computerprogramm aufgespielt werden muss, der Rüstzustand verloren gehen kann und ein neuer Rüstvorgang nötig wird. Es gibt aber auch Instandhaltungsmaßnahmen, bei denen der Rüstzustand erhalten bleibt, zum Beispiel dann, wenn nur einzelne Werkzeuge getauscht oder Schmiermittel nachgefüllt werden.

Eine Übersicht über die verschiedenen Instandhaltungsmaßnahmen und die daraus resultierenden Kombinationen gibt Abbildung 2.3.

## **2.2 Wechselwirkungen von Produktions- und Instandhaltungsplanung**

Eine produzierende Ressource hat eine begrenzte Kapazität, in deren Rahmen die Produktions-, Instandhaltungs- und Rüstmaßnahmen durchgeführt werden kön-



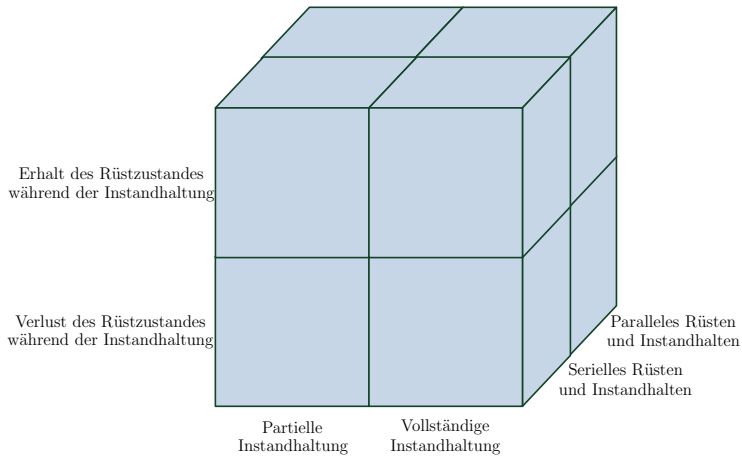


Abbildung 2.3: Überblick über die möglichen Kombinationen der verschiedenen Instandhaltungsmaßnahmen

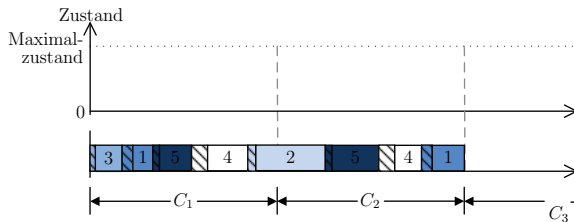
nen. Die Begriffe Kapazität einer Ressource und Zeit auf einer Ressource werden im Folgenden synonym verwendet, da sich die Zeit in Kapazität und die Kapazität in Zeit umrechnen lässt.

Die Produktion und die Instandhaltung sind sehr stark miteinander verbunden. Beide benötigen eine bestimmte Kapazität auf der produzierenden Ressource. Dadurch kann es vorkommen, dass, wenn man die Produktionsplanung und die Instandhaltungsplanung losgelöst voneinander betrachtet, Kapazitätsengpässe auftreten. Dies liegt daran, dass Instandhaltungsmaßnahmen auf der einen Seite die verfügbare Zeit für die Produktion reduzieren, auf der anderen Seite jedoch der Umfang an Instandhaltungsmaßnahmen abhängig von der geplanten Produktion ist. Je nachdem was produziert wird, ergibt sich eine unterschiedliche Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente, was den Abnutzungsvorrat unterschiedlich schnell reduziert. Das heißt, wenn die Instandhaltungsplanung losgelöst von der Produktionsplanung erfolgt, kann dies dazu führen, dass entweder zu viele Instandhaltungsmaßnahmen einplant werden, was die Instandhaltung noch funktionsfähiger verschleißbehafteter Komponenten zur Folge hat, oder zu wenige, was zum Ausfall der verschleißbehafteten Komponente und damit zum Ausfall der produzierenden Ressource führt. In beiden Fällen wird die mögliche verfügbare Kapazität für die Produktion verringert.

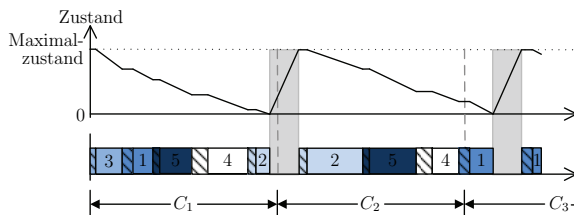
Dies soll anhand der folgenden zwei Beispiele in den Abbildungen 2.4 und 2.5 gezeigt werden: Für beide Beispiele wird angenommen, dass nur vollständige Instandhaltungsmaßnahmen durchgeführt werden können und dass diese einen Verlust des Rüstzustandes nach sich ziehen.

In Beispiel 1 in Abbildung 2.4 werden nur reaktive Instandhaltungsmaßnahmen durchgeführt, sobald der Zustand der verschleißbehafteten Komponente den Wert Null erreicht. Man kann erkennen, dass eine gleichzeitige Planung einen Kapazitätsgewinn zur Folge hat, da unnötige Rüstvorgänge durch Unterbrechung der Produktion eines Produktes vermieden werden.

1. Produktionsplanung ohne zeitliche Berücksichtigung von Instandhaltung



2. Ergänzung des Produktionsplanes um reaktive Instandhaltung



Alternativ: gleichzeitige Produktions- und Instandhaltungsplanung

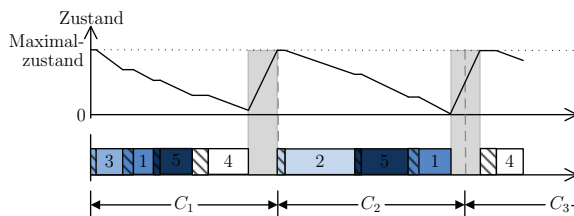
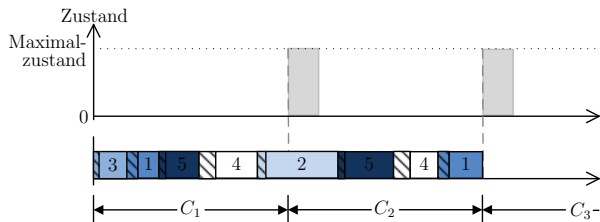


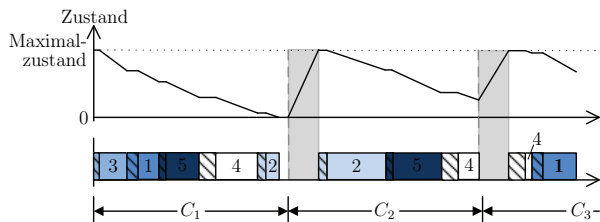
Abbildung 2.4: Beispiel 1 zur Wechselwirkung zwischen Produktions- und Instandhaltungsplanung: reaktive Instandhaltung (keine Instandhaltungsplanung)

In Beispiel 2 in Abbildung 2.5 wird im Voraus und unabhängig von der Produktionsplanung festgelegt, wann die Instandhaltungsmaßnahmen durchzuführen sind. Auch hier kann man erkennen, dass eine gleichzeitige Planung einen Kapazitätsgewinn zur Folge hat, da Stillstandszeiten aufgrund eines Ausfalls oder zu früh geplanter Instandhaltungsmaßnahmen vermieden werden.

1. Unabhängige Planung von Produktion und Instandhaltung



2. Zusammenführen beider Pläne



Alternativ: gleichzeitige Produktions- und Instandhaltungsplanung

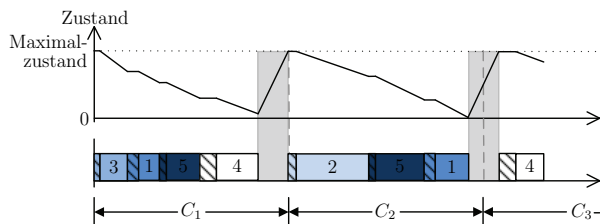


Abbildung 2.5: Beispiel 2 zur Wechselwirkung zwischen Produktions- und Instandhaltungsplanung: vorausbestimmte präventive Instandhaltung

Darüber hinaus kann es passieren, dass die Qualität der hergestellten Produkte nicht ausreichend für die Weiterverarbeitung oder den Verkauf ist, wenn eine verschleißbehafte Komponente nur noch einen geringen Abnutzungsvorrat aufweist. In diesem Fall wird Ausschuss produziert, welcher nicht verwendet werden

kann, um die Nachfrage nach dem zu produzierenden Produkt zu decken. Dadurch entsteht indirekt ebenfalls ein Kapazitätsengpass, da eine größere Stückzahl des Produktes produziert werden muss, wodurch mehr Kapazität benötigt wird, um die Nachfrage zu befriedigen. Auch kann es dadurch vorkommen, dass die Nachfrage nicht rechtzeitig befriedigt werden kann, was zu Fehlmengen und dadurch zu höheren Kosten führt.

Dies führt zu dem Ergebnis, dass es unter Umständen sinnvoll sein könnte, Produktions- und Instandhaltungsplanung gleichzeitig durchzuführen.

## **2.3 Integrative Ansätze zur Koordination von Produktion und Instandhaltung**

Viele Autoren entwickeln Produktions- oder Lagerpolitiken unter Verwendung von stochastischer dynamischer Programmierung. Die Lebensdauer der verschleißbehafteten Komponente wird dabei in allen Modellen als Zufallsvariable modelliert, sodass Ressourcenausfälle zufällig sind.

Kenne und Nkeungoue (2008) und Dehayem Nodem et al. (2011) z.B. verwenden Markov-Prozesse, um die unterschiedlichen Zustände eines Systems darzustellen.

Iravani und Duenyas (2002) und Yao et al. (2005) nutzen einen Markov-Entscheidungsprozess, um die optimalen Produktions- und Instandhaltungsentscheidungen für eine einzelne produzierende Ressource zu bestimmen.

Suliman und Jawad (2012) entwickeln ein mathematisches Modell, dass die optimalen Instandhaltungszeitpunkte und Losgrößen für eine einzelne Ressource mit einem Produkt bestimmt.

Weitere Beispiele von Modellen mit Zufallsvariablen finden sich bei Boukas und Haurie (1990), Chelbi und Alt-Kadi (2004), Liberopoulos und Caramanis (1994), Zhang et al. (2014) und Liu et al. (2015).

Andere Autoren, wie zum Beispiel Yalaoui et al. (2014), befassen sich mit dem Problem, zyklische Instandhaltungsmaßnahmen in diskrete Zeitmodelle zu integrieren.

Eine andere Gruppe von Autoren untersucht deterministische Reihenfolge- und Produktionsplanungsprobleme. Dabei nehmen sie an, dass die produzierenden Ressourcen für einen bestimmten Zeitraum, in dem die Instandhaltung geplant ist, nicht verfügbar sind. Die Länge der Produktionsaufträge ist dabei meistens exogen gegeben.

Yuan et al. (2008) betrachten die Reihenfolgeplanung von Losen auf einer einzelnen Ressource, die in vorher fest definierten Intervallen nicht verfügbar ist. Sie untersuchen dabei die Lösungsgüte für verschiedene Zielfunktionen.

Qi et al. (1999) entwickeln ebenfalls ein Reihenfolgeplanungsmodell für eine Ressource, fokussieren sich allerdings auf die Planung von Wartungs- und nicht Instandhaltungsarbeiten.

Weinstein und Chung (1999) entwickeln einen Produktionsplan mit Rüstvorgängen, wobei die Instandhaltungspolitiken exogen vorgegeben sind und die reaktive Instandhaltung in einem nachgelagerten Simulationsmodell betrachtet wird.

Ähnliche Ansätze für deterministische Planungsprobleme gibt es bei Allaoui et al. (2008), Chen (2006), Gharbi et al. (2007), Kubzin und Strusevich (2006), und Wong et al. (2013).

Dann gibt es noch die Gruppe der Autoren, die sich mit Reihenfolge- und Produktionsplanungsproblemen beschäftigen, bei denen die verschleißbehafteten Komponenten zufälligen Ausfällen unterliegen.

Guo et al. (2007) untersuchen die Auswirkung unterschiedlicher Instandhaltungsstrategien und Prioritätsregeln bei gegebenen Produktionsaufträgen auf die Gesamtproduktionsdauer.

Cassady und Kutanoglu (2003), Cassady und Kutanoglu (2005) und Jin et al. (2009) variieren die Reihenfolge von verschiedenen Produktionsaufträgen und präventiven Instandhaltungsmaßnahmen, um die Gesamtproduktionsdauer bei stochastischen Maschinenausfällen zu minimieren.

Weitere Beispiele für diese Gruppe der Probleme finden sich bei Lee und Lin (2001), Ruiz et al. (2007) und Sortrakul et al. (2005).

Aghezzaf et al. (2007) entwickeln ein Losgrößenproblem mit periodischer Instandhaltung und minimaler Instandhaltung bei stochastischen Ausfällen. Sie berücksichtigen allerdings keine Kapazitätsrestriktionen. Aghezzaf und Najid (2008) erweitern dieses Modell unter anderem um den Mehrmaschinenfall. Sie nehmen an, dass die Instandhaltungspolitik deterministisch und fest vorgegeben ist. Stochastisch auftretende Ausfälle zwischen den geplanten Instandhaltungen werden durch ungeplante Reparaturen beseitigt.

Auch Najid et al. (2011) erweitern das Modell von Aghezzaf et al. (2007). Die Zeitpunkte für die präventive Instandhaltung werden nun modellendogen bestimmt. Die übrigen Limitationen des Modells von Aghezzaf et al. (2007), wie z.B. die Nichtberücksichtigung von Kapazitätsrestriktionen, bleiben allerdings weiterhin bestehen.

Chelbi et al. (2008) entwickeln ein Losgrößenproblem mit zufälligen Ausfällen und Qualität.

Einige Arbeiten befassen sich mit der Koordination von Produktions -und Instandhaltungsaktivitäten in Prozessindustrien.

Ashayeri et al. (1996) modellieren ein Produktionssystem für die chemische Industrie, dass präventive Instandhaltungsmaßnahmen berücksichtigt. Die Ausfallkosten steigen allerdings in Abhängigkeit von der Zeit nach einer Instandhaltungsmaßnahme mittels einer modellexogen definierten Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Ähnliche Modellformulierungen finden sich bei Dedopoulos und Shah (1995), Goel et al. (2003), Pistikopoulos et al. (2001), Sanmarti et al. (1997) und Suryadi und Papageorgiou (2004).

Nur einige wenige Artikel beschäftigen sich mit Produktionsplanungsmodellen, bei denen die Produktionsplanung direkte Auswirkungen auf die Instandhaltung hat.

Lu et al. (2013) betrachten ein kapazitiertes Losgrößenproblem (CLSP) mit Instandhaltungsmaßnahmen, allerdings ohne Rüstzeiten, wodurch die Interaktionen zwischen Rüst- und Instandhaltungszeiten nicht modelliert werden können.

Ramezani et al. (2013) präsentieren ein diskretes Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblem, mit der Annahme, dass Instandhaltungsmaßnahmen exogen gegeben sind. Eine Abnutzungsfunktion, wie sie hier verwendet wird, wird nicht betrachtet.

Fitouhi und Noureldath (2012) stellen ein Losgrößenmodell und eine Lösungsmethode für den Fall von nichtzyklischen Instandhaltungsmaßnahmen vor, bei denen die erwarteten Kosten und Kapazitätsreduzierungen aufgrund von zufälligen Instandhaltungen betrachtet werden.

Jacobs et al. (2009) verwenden eine sogenannte Abnutzungsfunktion, wie sie auch hier verwendet wird. Diese stellt die Produktionsentscheidung in einen direkten Zusammenhang mit der benötigten Instandhaltung. Die Autoren berücksichtigen allerdings, anders als Wolter und Helber (2016), keine Rüstkosten und -vorgänge und daher keine Losgrößenprobleme.<sup>11</sup>

Kasper (2015) entwickelt ein Losgrößenmodell für die Sachgüterindustrie mit integrierter Produktions- und Instandhaltungsplanung, ähnlich dem in Kapitel 4 vorgestellten Modell. Anders als in diesem Modell verfolgt er einen anderen Modellierungsansatz und berücksichtigt reihenfolgeabhängige Rüstvorgänge und pe-

---

<sup>11</sup> Das von Wolter und Helber (2016) vorgestellte generelle Entscheidungsmodell wird in Kapitel 4 dieser Arbeit detailliert hergeleitet und erläutert.

riodenübergreifende Rüst- und Instandhaltungsmaßnahmen, welche in der Sachgüterindustrie eine große Rolle spielen.





# **3 Verknüpfung von Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodellen mittels einer Abnutzungsfunktion**

## **3.1 Die Definition und Begründung einer Abnutzungsfunktion**

Das Abnutzungsverhalten einer verschleißbehafteten Komponente, die mithilfe der Abnutzungsmechanismen aus den bekannten oder angenommenen Belastungen der zukünftigen Bedarfsforderungen ermittelt wird, wird durch die Abbaukurve des Abnutzungsvorrats beschrieben,<sup>12</sup> vergleiche Abbildung 2.2.

Eine Möglichkeit, diese Abnutzungsfunktion zu ermitteln, bieten historische Daten. Dies ist vor allem bei Ressourcen möglich, die schon länger in Benutzung sind. Bei neu angeschafften Ressourcen ist dies nicht möglich, da noch keine ausreichende Datenmenge vorliegt. In diesem Fall kann mithilfe einer Abnutzungsprognose eine erste geeignete Abnutzungsfunktion vorhergesagt werden. Diese muss aber kontinuierlich mit neuen Daten aktualisiert werden.

Eine andere Herangehensweise ist die Annahme einer geeigneten Ausfallrate. Nach einiger Zeit sollte diese Ausfallrate basierend auf ersten Erfahrungen überprüft und gegebenenfalls korrigiert werden, um eine zu frühe oder zu späte Instandhaltung zu vermeiden. Keiner dieser beiden Wege liefert eine realitätsnahe Schätzung der Abnutzungsfunktion der verschleißbehafteten Komponente einer Ressource.

Daher wird seit Kurzem ein neuer Ansatz in Form von Sensortechnik verfolgt. Die Verwendung der Sensortechnik bei der Bestimmung der Abnutzungsfunktion einer verschleißbehafteten Komponente besitzt viele Vorteile. Es werden Daten zur Schätzung auch während des Produktionsprozesses gewonnen und nicht nur bei Ausfällen. Dies macht eine genauere Abnutzungsprognose möglich und liefert dadurch eine bessere und realitätsnahe Abnutzungsfunktion.

---

12 Vgl. Deutsches Institut für Normung e.V. (2012), S. 8.

Die Abnutzungsfunktion kann einen linearen oder einen nichtlinearen Verlauf haben, je nach verschleißbehafteter Komponente. Die Auswirkungen der verschiedenen Verläufe von Abnutzungsfunktionen werden in den Kapiteln 4 und 5.2 analysiert.

Darüber hinaus kann der Ausfall einer Ressource auch von mehreren verschleißbehafteten Komponenten gleichzeitig abhängen, sodass es mehrere Abnutzungsfunktionen zeitgleich zu betrachten gilt, die jeweils als Indikator für den möglichen Ausfall der Ressource dienen. Dies wird in Kapitel 5.1 analysiert.

### 3.2 Bestimmung der Abnutzungsparameter und der Ressourcenbilanzgleichung

Um Instandhaltungsmaßnahmen in die Produktionsplanung zu integrieren, wird die Abnutzungsfunktion einer verschleißbehafteten Komponente verwendet. Die Komponente hat einen begrenzten Abnutzungsvorrat. Die Produktion einer Einheit eines Produktes verursacht eine Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente. Dies reduziert den Abnutzungsvorrat und damit den Zustand der Komponente.

Der unterstellte Zusammenhang zwischen der Produktionsmenge und dem Abnutzungsvorrat wird im Folgenden durch eine lineare Abnutzungsfunktion beschrieben, vergleiche Abbildung 3.1.

Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente wird mit der reellwertigen Variable  $S$  angegeben, der Maximalzustand mit  $s^{\max}$ . Der Minimalzustand  $s^{\min}$  wird auf 0 festgelegt. Es wird eine konstante Abnutzung  $a$  pro produzierter Mengeneinheit eines Produktes unterstellt. Die Produktionsmenge wird mit  $Q$  angegeben,

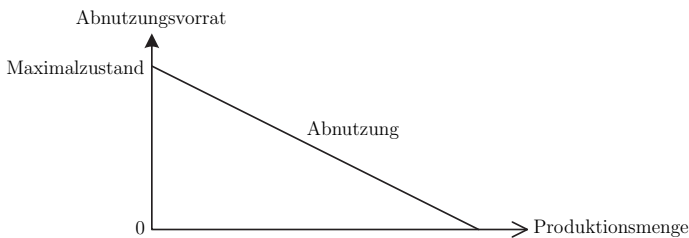


Abbildung 3.1: Zusammenhang zwischen der Produktionsmenge und dem Abnutzungsvorrat

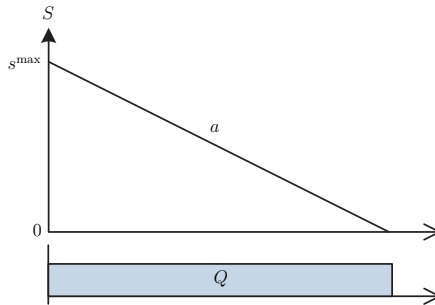


Abbildung 3.2: Lineare Abnutzungsfunktion

vergleiche Abbildung 3.2.

Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente  $S$  entspricht dabei dem Maximalzustand  $s^{\max}$ , reduziert um die Abnutzung  $a$ , die durch die Produktion der Menge  $Q$  verursacht wird.

$$S = s^{\max} - a \cdot Q \quad (3.1)$$

Ohne Instandhaltung wird der Abnutzungsvorrat aufgebraucht und die Produktion kann nicht fortgeführt werden. Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente kann durch eine Instandhaltungsmaßnahme wiederhergestellt werden, entweder bis zum Maximum (vollständige Instandhaltung) oder bis zu einem Punkt zwischen dem Minimum und Maximum (partielle Instandhaltung). Daraus folgt, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t - 1$ , reduziert durch die anschließende Produktion der Menge  $Q$  und erhöht durch die Instandhaltungsmaßnahme, einen neuen Zustand zu einem späteren Zeitpunkt  $t$  zur Folge hat, vergleiche Abbildung 3.3.

Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente liegt dadurch immer zwischen dem Minimal- und dem Maximalzustand. Dieser Zusammenhang wird benutzt, um die Instandhaltung mittels der folgenden Ressourcenbilanzgleichungen in die Produktionsplanung zu integrieren:

$$S_t = S_{t-1} - a \cdot Q + \text{Zustandsverbesserung}_t \quad \forall t. \quad (3.2)$$

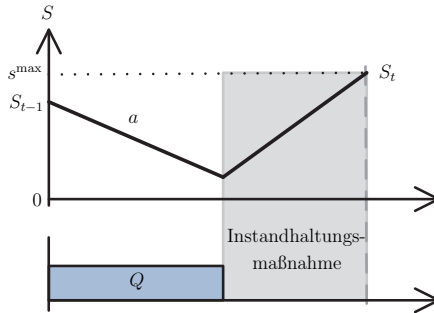


Abbildung 3.3: Ressourcenbilanzgleichung

### 3.3 Produktionsmengen, -reihenfolgen und die Modellierung der Zeit

Bei Drexl et al. (1994) wird die Grundstruktur einer operativen kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung vorgestellt, die einem hierarchischen Planungskonzept folgt.<sup>13</sup>

Der Aufbau dieses Systems wird in Abbildung 3.4 veranschaulicht.

„Die aggregierte Gesamtplanung umfasst das gesamte Produktprogramm und die jeweiligen Produktionsstätten eines Unternehmens mit ihrer wechselseitigen logistischen Verflechtung. Sie hat die Aufgabe, die erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen unternehmensweit für einen mittelfristigen Zeitraum entsprechend den Unternehmenszielen funktionsübergreifend zu koordinieren.“<sup>14</sup>

Basierend auf den Vorgaben dieses Produktionsplans wird bei der anschließenden kapazitierten Hauptproduktionsprogrammplanung ein Hauptproduktionsprogramm für einen kurzfristigen Planungszeitraum erstellt. Als Ergebnis werden Fertigungsaufträge für alle Produktionssegmente gewonnen.<sup>15</sup>

Sowohl die aggregierte Gesamtplanung als auch die Hauptproduktionsprogrammplanung sind zentrale Planungsebenen. Auf der dezentralen Planungsebene befinden sich die Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung und die segmentspezifische Feinplanung.<sup>16</sup>

<sup>13</sup> Eine ausführliche Beschreibung findet sich unter anderem bei Günther und Tempelmeier (2013).

<sup>14</sup> Drexl et al. (1994), S. 1031.

<sup>15</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032-1033.

<sup>16</sup> Vgl. Günther und Tempelmeier (2013), S. 316.

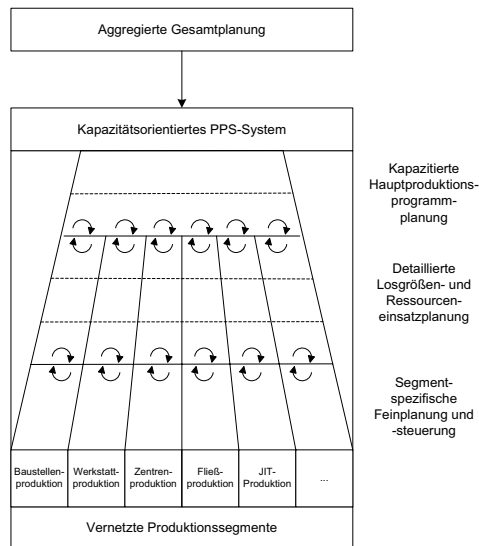


Abbildung 3.4: Grundstruktur einer kapazitätsorientierten operativen Produktionsplanung und -steuerung

Quelle: Günther und Tempelmeier (2013), S. 127

Beruhend auf den Fertigungsaufträgen aus der dezentralen Planung werden bei der Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung die Produktionsmengen und -termine für die Produkte für einen kurzfristigen Zeitraum ermittelt.<sup>17</sup>

Um die Interdependenzen zwischen der Produktion und der Instandhaltung zu nutzen, ist es wichtig, dass die Reihenfolge der Produkte sowie die Rüstvorgänge geplant werden, wie das folgende Beispiel zeigen soll.

Es soll ein Hauptproduktionsprogrammplan für fünf Produkte für einen Zeitraum von fünf Perioden für eine Ressource mit einer verschleißbehafteten Komponente erstellt werden. Dabei werden gleichzeitig die durchzuführenden vollständigen Instandhaltungen mitgeplant.

Das Optimierungsmodell liefert auf Basis der gegebenen Nachfrage<sup>18</sup> die in Tabelle 3.1 gegebenen Produktionsmengen je Periode.

<sup>17</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1034.

<sup>18</sup> Die ausführliche Modellformulierung sowie die gegebene Nachfrage finden sich im Anhang A.

Tabelle 3.1: Produktionsmengen von Produkt  $k$  in Periode  $t$ 

| $k \backslash t$ | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 78  | 35  | 82  | 13  | 80  |
| 2                | 131 | 143 | 129 | 191 | 125 |
| 3                | 109 | 85  | 127 | 121 | 92  |
| 4                | 96  | 112 | 107 | 115 | 34  |
| 5                | 84  | 129 | 58  | 64  | 85  |

Da keine Reihenfolgeplanung erfolgt, wird angenommen, dass die Produkte in aufsteigender Reihenfolge von 1 bis 5 gerüstet und produziert werden.

Darüber hinaus wurde die Anzahl an durchzuführenden vollständigen Instandhaltungen je Periode ermittelt, vergleiche Tabelle 3.2.

Tabelle 3.2: Anzahl an vollständigen Instandhaltungen in Periode  $t$ 

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|---|---|---|---|---|
|     | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |

Da es keine Reihenfolgeplanung der Produkte gibt, kann auch der genaue Zeitpunkt der Instandhaltungsmaßnahmen während der Optimierung nicht festgelegt werden.

Es wird daher angenommen, dass eine Instandhaltungsmaßnahme immer erst dann erfolgt, wenn der Zustand der verschleißbehafteten Komponente Null ist. Es wird außerdem angenommen, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Anfang von Periode 1 maximal ist. Daraus ergibt sich der folgende mögliche Ablaufplan, vergleiche Abbildung 3.5.

Wie die Abbildung vor Augen führt, ist die integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung auf der Ebene der Hauptproduktionsprogrammplanung nicht sehr sinnvoll, da es aufgrund der Notwendigkeit einer Instandhaltungsmaßnahme zu Unterbrechungen in der Produktion eines Produktes kommen kann.

Außerdem können die Vorteile von parallelem Rüsten und Instandhalten nicht berücksichtigt werden und die Abbildung eines möglichen Rüstverlustes ist ebenfalls nicht möglich.

Die Integration der Produktions- und Instandhaltungsplanung sollte daher auf der Ebene der detaillierten Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung erfolgen. Allerdings kann eine Verbindung zwischen der Instandhaltungs- und Hauptpro-

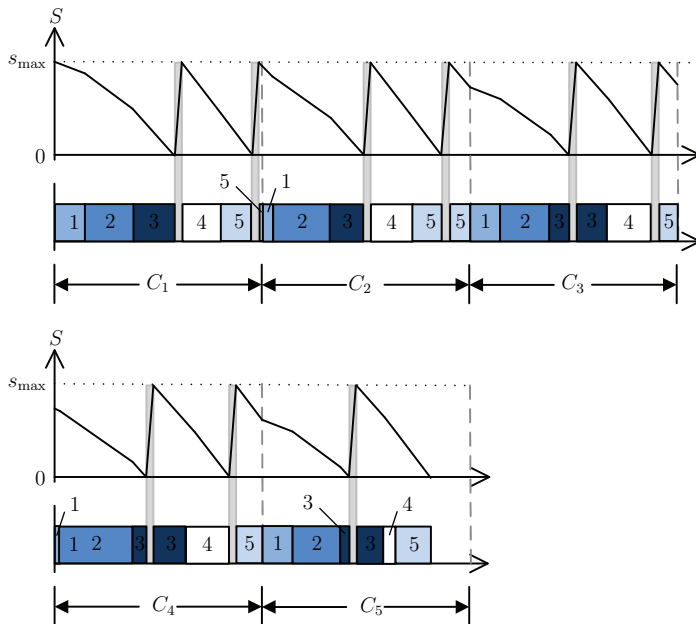


Abbildung 3.5: Möglicher Ablaufplan

duktionsprogrammplanung eine grobe Einschätzung des Instandhaltungsbedarfs liefern.

Bei Losgrößenmodellen mit dynamischer Nachfrage mit einem endlichen Planungszeitraum wird zwischen Small-Bucket- und Big-Bucket-Modellen unterschieden, vergleiche Buschkuehl et al. (2010).

Bei Small-Bucket-Modellen kann in jeder Periode höchstens ein Rüstvorgang erfolgen. Dies bedeutet, dass in einer Periode maximal zwei Produktarten gefertigt werden können. In einem derartigen Losgrößenmodell wird mit der Losgröße in einer Periode auch über die Produktionsreihenfolge entschieden.<sup>19</sup> Daher sind die Perioden relativ kurz und werden auch Mikroperioden genannt.

Bei den Big-Bucket-Modellen ist die Anzahl der zu fertigenden Produktarten innerhalb einer Periode nur durch die Produktanzahl beschränkt. Die Perioden

<sup>19</sup> Vgl. Tempelmeier (2012) S. 40.

werden daher als Makroperioden bezeichnet, da die Periodenlänge häufig deutlich länger ist.<sup>20</sup> Die Produktionsreihenfolge wird nicht modellendogen festgelegt.

Bei Big-Bucket-Modellen wird nur bei einigen Modellen die Reihenfolge simultan bestimmt, da das Optimierungsmodell durch die Reihenfolgebestimmung an Komplexität zunimmt. Außerdem kann bei den Big-Bucket-Modellen hinsichtlich der Rüstübertragung differenziert werden. In einigen Modellen ist die Übernahme des Rüstzustandes in die nächste Makroperiode möglich, vergleiche Fleischmann und Meyr (1997).

Für die Instandhaltungsplanung ist es wichtig, dass das gewählte Optimierungsmodell eine feine Zeitstruktur und eine hohe Flexibilität aufweist, um die verschiedenen Instandhaltungsformen und die unterschiedlichen Instandhaltungsdauern möglichst gut abbilden zu können.

Big-Bucket-Modelle ohne Reihenfolgeplanung sind ungeeignet für die integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung, wie das vorherige Beispiel gezeigt hat.

Small-Bucket-Modelle sind generell geeignet. Die starre Fixierung der Mikroperiodenlängen verursacht allerdings Probleme bei langen Instandhaltungsmaßnahmen, die über eine Mikroperiode hinaus gehen.

Big-Bucket-Modelle mit Reihenfolgeplanung bereiten keine Probleme bei langen Instandhaltungsmaßnahmen, allerdings ist die große Anzahl an Variablen für die Reihenfolgebestimmung ein Problem.

Daher wird in den folgenden Kapiteln ein neuer hybrider Modellansatz verwendet, der die Reihenfolgeeigenschaften des auf Mikroperioden basierenden PLSP<sup>21</sup> mit der Makroperiodenlänge des GLSP<sup>22</sup> verbindet, was flexible Mikroperiodenlängen und eine geringere Variablenanzahl zur Folge hat.

---

20 Vgl. Meyr (1999) S. 52.

21 Engl. Proportional Lotsizing and Scheduling Problem, vgl. Drexl und Haase (1995).

22 Engl. General Lotsizing and Scheduling Problem, vgl. Fleischmann und Meyr (1997).



## 4 Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodelle für eine Ressource mit einer einzelnen verschleißbehafteten Komponente mit linearer Abnutzungsfunktion

### 4.1 Generelle Modellannahmen für alle Modelle

Die folgenden, die Produktion betreffenden Modellannahmen P1 bis P8 gelten für alle im weiteren Verlauf dieses Kapitels vorgestellten Modelle:

- P1 Es werden  $k = 1, \dots, K$  verschiedene Produkte produziert.
- P2 Der Planungszeitraum ist in  $\tau = 1, \dots, P$  Makroperioden unterteilt. Jede Makroperiode  $\tau$  besteht aus  $K$  aufeinanderfolgenden Mikroperioden  $t$ . Dar- aus ergeben sich  $t = 1, \dots, T = P \cdot K$  Mikroperioden. Die Menge  $\mathcal{TM} = \{K, 2K, \dots, P \cdot K\}$  beinhaltet die jeweils letzte Mikroperiode  $t$  jeder Makro- periode  $\tau$  und die Mengen  $\mathcal{TP}_\tau$  beschreiben jeweils die Mikroperioden  $t$  in einer Makroperiode  $\tau$ .
- P3 Die Nachfrage  $d_{kt}$  ist für jedes Produkt  $k$  und jede letzte Mikroperiode  $t \in \mathcal{TM}$  der  $P$  Makroperioden in Mengeneinheiten gegeben. Die Nachfra- ge muss befriedigt werden. Ist dies nicht durch die Produktion möglich, so können die benötigten Produkte auch fremdbezogen werden. Der Fremdbe- zug einer Mengeneinheit von Produkt  $k$  verursacht Kosten in Höhe von  $ce_k$  Geldeinheiten.
- P4 Die Produktion der  $K$  Produkte findet auf einer Ressource mit begrenzter exogen gegebener Kapazität  $c_\tau$  pro Makroperiode  $\tau$  statt. Die Kapazität  $C_t$  in jeder Mikroperiode  $t$  und folglich auch deren Länge wird endogen bestimmt.
- P5 Die Produktionszeit pro Mengeneinheit von Produkt  $k$  beträgt  $tp_k$  Zeitein- heiten.

- P6 Das Rüsten der Ressource für Produkt  $k$  verursacht Rüstkosten  $cs_k$  in Geldeinheiten und benötigt Rüstzeit (Kapazität)  $ts_k$  in Zeiteinheiten auf der Ressource.
- P7 Maximal ein Rüstvorgang pro Mikroperiode  $t$  ist erlaubt. Der Rüstzustand kann in die nächste Mikroperiode  $t + 1$  übernommen werden. Folglich können maximal zwei verschiedene Produkte pro Mikroperiode produziert werden.  $Q_{kt}^1$  gibt die Produktionsmenge von Produkt  $k$  am Anfang von Mikroperiode  $t$  an. Die Produktionsmenge von Produkt  $k$  am Ende von Mikroperiode  $t$  ist gegeben durch  $Q_{kt}^2$ . Der zeitliche Ablauf der Produktion innerhalb einer Mikroperiode wird in Abbildung 4.1 veranschaulicht.

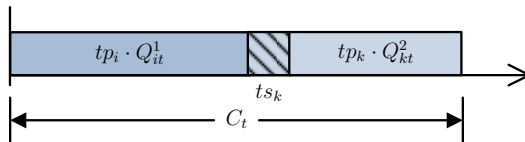


Abbildung 4.1: Zeitlicher Ablauf der Produktion innerhalb einer Mikroperiode  $t$

- P8 Der Lagerbestand von Produkt  $k$  am Ende einer Mikroperiode  $t$  ist gegeben durch  $I_{kt}$ . Das Lagern einer Mengeneinheit von Produkt  $k$  pro Makroperiode verursacht Kosten in Höhe von  $ci_k$  Geldeinheiten.

Die folgenden, die Abnutzung als auch die Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente betreffenden Modellannahmen I1 bis I4 gelten für alle im weiteren Verlauf dieses Kapitels untersuchten Instandhaltungsformen:<sup>23</sup>

- I1 Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente liegt immer zwischen dem Minimalzustand  $s^{\min}$  und dem Maximalzustand  $s^{\max}$ .
- I2 Der Zustand wird um  $a_k$  Einheiten reduziert für jede produzierte Mengeneinheit von Produkt  $k$ .
- I3 Instandhaltungsmaßnahmen können durchgeführt werden um den Zustand der verschleißbehafteten Komponente zu verbessern, wenn er unter dem Maximum  $s^{\max}$  liegt.

23 Vgl. Abschnitt 2.1 auf Seite 5 ff.

- 14 Wenn der Zustand der verschleißbehafteten Komponente den Minimalzustand  $s^{\min}$  erreicht, stoppt die Produktion, bis eine Instandhaltungsmaßnahme den Zustand wieder erhöht.
- 15 Es können maximal zwei Instandhaltungsmaßnahmen pro Mikroperiode  $t$  stattfinden, am Anfang der Mikroperiode vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$  und vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^2$ .

Um den Zustand der verschleißbehafteten Komponente über die Zeit zu verfolgen, werden vier verschiedene Variablen verwendet, die sich auf verschiedene Zeitpunkte in einer Mikroperiode  $t$  beziehen.

Das Beispiel in Abbildung 4.2 zeigt die Verwendung dieser Variablen.

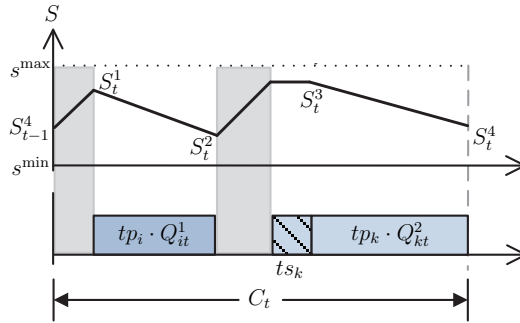


Abbildung 4.2: Verwendung der Zustandsvariablen  $S_t^1$  bis  $S_t^4$  innerhalb einer Mikroperiode  $t$

Die Variable  $S_t^1$  gibt den Zustand der verschleißbehafteten Komponente direkt vor dem Beginn der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$  an, wohingegen die Variable  $S_t^2$  den Zustand direkt nach Ende der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$  angibt. In gleicher Weise gibt die Variable  $S_t^3$  den Zustand direkt vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^2$  und  $S_t^4$  den Zustand am Ende der Mikroperiode  $t$  an.

Die generelle Notation, die in allen Modellen dieses Kapitels verwendet wird, lautet wie folgt:

### Indizes und Mengen

$k \in \mathcal{K}$  Menge der Produkte,  $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$

$t \in \mathcal{T}$  Menge der Mikroperioden,  $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $\tau \in \mathcal{P}$    | Menge der Makroperioden, $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$  |
| $t \in \mathcal{TM}$      | Untermenge der $K$ -ten Mikroperioden, $\mathcal{TM} = \{K, 2 \cdot K, \dots, P \cdot K\}$                                    |
| $t \in \mathcal{TP}_\tau$ | Untermengen der Mikroperioden der Makroperiode $\tau$ , $\mathcal{TP}_\tau = \{K \cdot (\tau - 1) + 1, \dots, K \cdot \tau\}$ |

### Parameter

|            |   |
|------------|---|
| $c_\tau$   | Verfügbare Kapazität in Makroperiode $\tau$                                       |
| $ce_k$     | Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE                      |
| $ci_k$     | Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE                         |
| $cs_k$     | Rüstkosten für Produkt $k$ in GE  |
| $d_{kt}$   | Nachfrage nach Produkt $k$ in Mikroperiode $t$                                    |
| $I_{k0}$   | Anfangslagerbestand von Produkt $k$   |
| $tp_k$     | Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$                                       |
| $ts_k$     | Rüstzeit für Produkt $k$  |
| $a_k$      | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME von Produkt $k$ |
| $s_0$      | Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente                                |
| $s^{\min}$ | Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente                                |
| $s^{\max}$ | Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente                                |

### Binärvariablen

|               |   |
|---------------|---|
| $\delta_{kt}$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn ein Rüstvorgang für Produkt } k \text{ in Mikroperiode } t \\ & \text{geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$                 |
| $\omega_{kt}$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn die Ressource am Ende von Mikroperiode } t \text{ für} \\ & \text{Produkt } k \text{ gerüstet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ |

### reellwertige Entscheidungsvariablen

|            |   |
|------------|---|
| $C_t$      | Verwendete Kapazität in Mikroperiode $t$                              |
| $I_{kt}$   | Lagerbestand von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$             |
| $Q_{kt}^1$ | Erste Produktionsmenge von Produkt $k$ am Anfang von Mikroperiode $t$ |
| $Q_{kt}^2$ | Zweite Produktionsmenge von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$  |

|          |  |
|----------|--|
| $S_t^1$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$  |
| $S_t^2$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$ |
| $S_t^3$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$  |
| $S_t^4$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$ |
| $X_{kt}$ | Fremdbezug von Produkt $k$ in Makroperiode $t$ in ME   |
| $z$      | Zielfunktionswert  |

## 4.2 Modelle mit Erhalt des Rüstzustandes

### 4.2.1 Ein Modell mit partieller und serieller Instandhaltung

#### 4.2.1.1 Modellspezifische Annahmen

Im Fall von partieller Instandhaltung gelten die folgenden, zusätzlichen Annahmen I6 bis I9:<sup>24</sup>

- I6 Die Instandhaltungsmaßnahmen beeinflussen den Rüstzustand der Ressource nicht.
- I7 Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente wird um ein ganzzahliges Vielfaches  $pm$  erhöht.
- I8 Die ganzzahligen Variablen  $U_t^1$  und  $U_t^2$  geben die geplante Anzahl an partiellen Instandhaltungseinheiten  $pm$  in der Mikroperiode  $t$  an, die vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  stattfinden.
- I9 Jede Einheit partieller Instandhaltung benötigt  $tm$  Zeiteinheiten Kapazität auf der Ressource und verursacht partielle Instandhaltungskosten  $cm$  pro Mengeneinheit.

Abbildung 4.3 zeigt die Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  für den Fall von partieller, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes.

---

<sup>24</sup> Diese Annahmen gelten zusätzlich zu den in Abschnitt 4.1 bereits vorgestellten generellen Modellannahmen P1 bis P8 und I1 bis I5.

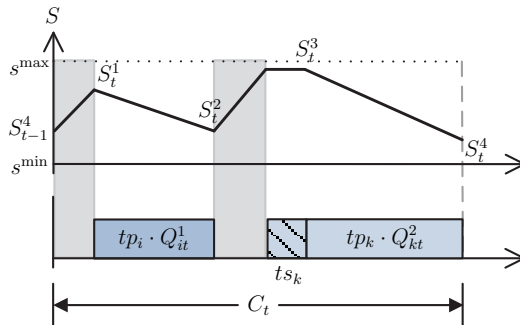


Abbildung 4.3: Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von partieller, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes

Die zusätzliche Notation, die für partielle Instandhaltung benötigt wird, lautet wie folgt:

#### Parameter

|      |   |
|------|---|
| $cm$ | Kosten einer Mengeneinheit partieller Instandhaltung          |
| $pm$ | Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung      |
| $tm$ | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung benötigt wird |

#### ganzzahlige Entscheidungsvariablen

|         |   |
|---------|---|
| $U_t^1$ | Menge an partieller Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |
| $U_t^2$ | Menge an partieller Instandhaltung nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ |

#### 4.2.1.2 Modellformulierung

Mit der auf Seite 27 und Seite 30 vorgestellten Notation kann das kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem mit Rüsterhalt und partieller, serieller Instandhaltung (**LMSP-PPS**<sup>25</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

<sup>25</sup> Engl. Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Preservation of the Setup State and Partial, Serial Maintenance.

Die Zielfunktion (4.1) minimiert die Gesamtkosten.

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}} (ci_k \cdot I_{kt} + ce_k \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (cs_k \cdot \delta_{kt}) \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} (cm \cdot (U_t^1 + U_t^2)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Gesamtkosten bestehen aus den Lagerkosten am Ende jeder Makroperiode, den Rüstkosten und den Kosten für den geplanten Fremdbezug. Dazu kommen noch die Kosten für die partielle Instandhaltung.

Die Gleichungen (4.2) sind die Lagerbilanzgleichungen. Restriktionen (4.3) und (4.4) sind die Produktionsbedingungen. Restriktionen (4.5) sind die Rüstbedingungen und Restriktionen (4.6) sind die Rüstübertragungsbedingungen.

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.2)$$

$$Q_{kt}^1 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.3)$$

$$Q_{kt}^2 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{kt} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \leq 1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.5)$$

$$\delta_{kt} \geq \omega_{kt} - \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.6)$$

Die Indikatorfunktion  $\mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}\}}$  in den Lagerbilanzgleichungen (4.2) wird verwendet, da eine Nachfrage jeweils nur in der letzten Mikroperiode einer Makroperiode auftritt.

In jeder Makroperiode wird ein Fremdbezug  $X_{kt}$  erlaubt, sodass formal alle in Abschnitt 4.5.1 beschriebenen Probleminstanzen kapazitätszulässig sind.<sup>26</sup> Es werden hohe Kosten  $ce$  in Geldeinheiten für den Fremdbezug angesetzt, um diesen möglichst aus der Lösung zu eliminieren.

Die Ungleichungen (4.3) und (4.4) stellen sicher, dass die Ressource für Produkt  $k$  gerüstet ist, um produzieren zu können. Die Restriktionen (4.5) geben

26 Bei der Parameterwahl kann nicht prinzipiell davon ausgegangen werden, dass es eine Lösung ohne Fremdbezug gibt. Die Existenz einer formal zulässigen Lösung ist aber notwendig. Für den Fall, dass keine formal zulässige Lösung existiert, da unter Umständen Fremdbezug nicht erlaubt ist, würde der Standardsolver mit einer Fehlermeldung abbrechen und somit auch die in Abschnitt 4.5.2 beschriebene Fix&Optimize-Heuristik zur Lösung der Probleminstanzen scheitern. Aus diesem Grund wird angenommen, dass Fremdbezug unbeschränkt zulässig ist.

an, dass die Ressource am Ende einer Mikroperiode  $t$  maximal für ein Produkt gleichzeitig gerüstet sein kann. Restriktionen (4.6) ermöglichen die Übertragung des Rüstzustandes in die nächste Mikroperiode.

Die folgenden Restriktionen (4.7) und (4.8) sind die Kapazitätsrestriktionen.

$$\sum_{t \in \mathcal{TP}_\tau} C_t \leq c_\tau \quad \tau \in \mathcal{P} \quad (4.7)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + tm \cdot (U_t^1 + U_t^2) = C_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.8)$$

Die Kapazitätsbedingungen (4.7) stellen sicher, dass die in jeder Makroperiode verfügbare Zeit  $c_\tau$ , die für die Produktion, die Rüstvorgänge und die Instandhaltungsmaßnahmen benötigt wird, nicht überschritten wird. Die Gleichungen (4.8) bestimmen die benötigte Kapazität  $C_t$  in jeder Mikroperiode  $t$  und dadurch endogen ihre Länge.

Die nachstehenden Gleichungen (4.9) bis (4.12) verfolgen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente innerhalb einer Mikroperiode  $t$ .

$$S_{t-1}^4 + pm \cdot U_t^1 = S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.9)$$

$$S_t^1 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^1 = S_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.10)$$

$$S_t^2 + pm \cdot U_t^2 = S_t^3 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.11)$$

$$S_t^3 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^2 = S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.12)$$

Die Gleichungen (4.9) bis (4.12) verbinden die Zustandsvariablen  $S_t^1$  bis  $S_t^4$  und berücksichtigen sowohl die Abnutzung durch die Produktion als auch die möglichen Instandhaltungsmaßnahmen vor und nach der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$ .

Restriktionen (4.13) und (4.14) stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente immer im Intervall  $[s^{\min}, s^{\max}]$  liegt.

$$S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \leq s^{\max} \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.13)$$



$$s^{\min} \leq S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.14)$$

Die Bedingungen (4.15) bis (4.20) geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente, den Anfangslagerbestand und den Anfangsrüstzustand der Ressource an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_0 = s^{\max} \quad (4.15)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.16)$$

$$\omega_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.17)$$

$$I_{kt}, Q_{kt}^1, Q_{kt}^2, S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \geq 0 \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.18)$$

$$U_t^1, U_t^2 \in \mathbb{N}_0 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.19)$$

$$\delta_{kt}, \omega_{kt} \in \{0, 1\} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.20)$$

Die Gleichung (4.15) legt den Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Anfang der ersten Mikroperiode auf  $s^{\max}$  fest.

Die Gleichungen (4.16) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts für alle Produkte auf Null.

Restriktionen (4.18) bis (4.20) sind die Nichtnegativitäts-, Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen des Optimierungsmodells.

## 4.2.2 Ein Modell mit partieller und paralleler Instandhaltung

### 4.2.2.1 Modellspezifische Annahmen

Zusätzlich zu den bereits in Abschnitt 4.2.1.1 vorgestellten Annahmen I6 bis I9 für partielle Instandhaltung und den generellen Modellannahmen P1 bis P8 und I1 bis I5 aus Abschnitt 4.1 gelten die folgenden Annahmen für parallele Instandhaltung:

- I10 Die Instandhaltungsmaßnahmen nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  erfolgen vor bzw. parallel zum Rüstvorgang, wenn ein Rüstvorgang stattfindet.

- I11 Bei parallelem Rüsten und Instandhalten ergibt sich dabei ein Kapazitätsgewinn  $CB_t$ , der maximal der Dauer des Rüstvorgangs bzw. der Dauer der Instandhaltung entspricht.

Abbildung 4.4 zeigt die Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von partieller, paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes.

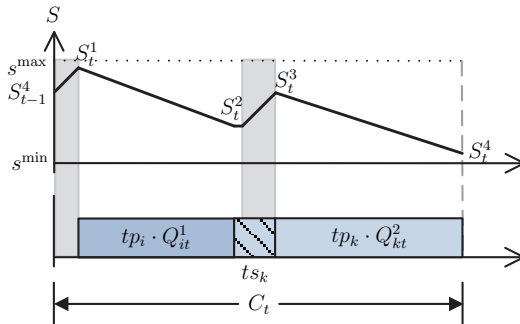


Abbildung 4.4: Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von partieller, paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes, wobei die Instandhaltungsmaßnahme nach der ersten Produktionsmenge  $Q^1_{kt}$  weniger Zeit benötigt als der Rüstvorgang

Die erweiterte Notation, die für die Modellierung paralleler Instandhaltung benötigt wird, lautet wie folgt:

#### reellwertige Entscheidungsvariable

$CB_t$  Kapazitätsgewinn durch paralleles Rüsten und Instandhalten in Mikroperiode  $t$

#### 4.2.2.2 Modellformulierung

Mit der auf den Seiten 27 ff., 30 ff. und 34 vorgestellten Notation kann das kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem mit Rüsterhalt und partieller, paralleler Instandhaltung (**LMSP-PPP**<sup>27</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

<sup>27</sup> Engl. Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Preservation of the Setup State and Partial, Parallel Maintenance.

Die Zielfunktion und die Nebenbedingungen entsprechen weitgehend der Formulierung des LMSP-PPS auf Seite 30 ff. (Bedingungen (4.1) bis (4.20)) mit drei Abweichungen:

Erstens wird die Kapazitätsrestriktion (4.8) durch die folgende neue Kapazitätsrestriktion (4.21) ersetzt, in welcher der mögliche Kapazitätsbonus  $CB_t$  berücksichtigt wird:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + tm \cdot (U_t^1 + U_t^2) = C_t + CB_t \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.21)$$

Zweitens werden die beiden Nebenbedingungen (4.22) und (4.23) der Modellformulierung hinzugefügt:

$$CB_t \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} ts_k \cdot \delta_k \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.22)$$

$$CB_t \leq tm \cdot U_t^2 \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.23)$$

Die Nebenbedingungen (4.22) und (4.23) bestimmen den Kapazitätsgewinn  $CB_t$  durch das parallele Rüsten und Instandhalten. Dieser Kapazitätsgewinn muss kleiner sein als die Rüst- bzw. Instandhaltungszeit.

Drittens wird die nichtnegative Variable  $CB_t$  der Modellformulierung hinzugefügt:

$$CB_t \geq 0 \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.24)$$

Diese gibt den Kapazitätsgewinn durch paralleles Rüsten und Instandhalten an.

## 4.2.3 Ein Modell mit vollständiger und serieller Instandhaltung

### 4.2.3.1 Modellspezifische Annahmen

Im Fall von vollständiger Instandhaltung gelten die folgenden zusätzlichen Annahmen I12 bis I15:<sup>28</sup>

- I12 Eine vollständige Instandhaltungsmaßnahme endet immer im maximalen Zustand  $s^{\max}$  der verschleißbehafteten Komponente.
- I13 Eine vollständige Instandhaltungsmaßnahme verursacht Kosten  $cv$  in Geldeinheiten und benötigt  $tv$  Zeiteinheiten, unabhängig vom Zustand der verschleißbehafteten Komponente vor der Instandhaltung.

<sup>28</sup> Diese Annahmen gelten zusätzlich zu den in Abschnitt 4.1 vorgestellten generellen Modellannahmen P1 bis P8 und I1 bis I5.

- I14 Die Binärvariablen  $\mu_t^1$  und  $\mu_t^2$  geben an, ob eine vollständige Instandhaltungsmaßnahme vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  in Mikroperiode  $t$  geplant ist.
- I15 Die Variablen  $SI_t^1$  bzw.  $SI_t^2$  geben den Zustandszuwachs der verschleißbehafteten Komponente durch eine Instandhaltungsmaßnahme vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  an, der benötigt wird, um den Maximalzustand  $s^{\max}$  zu erreichen.

Abbildung 4.5 zeigt die Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von vollständiger, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes.

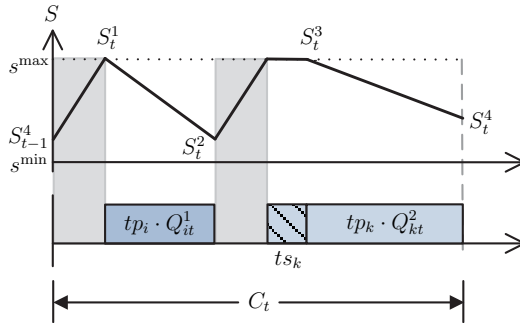


Abbildung 4.5: Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von vollständiger, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes

Die erweiterte Notation, die für vollständige Instandhaltung benötigt wird, lautet wie folgt:

### Parameter

- $cv$  Kosten für eine vollständige Instandhaltung
- $tv$  Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung benötigt wird

### Binärvariablen

$$\mu_t^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_t^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

### reellwertige Entscheidungsvariablen

$SI_t^1$  Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$

$SI_t^2$  Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$

#### 4.2.3.2 Modellformulierung

Mit der auf Seite 27 und Seite 36 vorgestellten Notation kann das kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem mit Rüsterhalt und vollständiger, serieller Instandhaltung (**LMSP-PCS**<sup>29</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

Die Zielfunktion (4.25) minimiert die Gesamtkosten.

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}} (ci_k \cdot I_{kt} + ce_k \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (cs_k \cdot \delta_{kt}) \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} (cv \cdot (\mu_t^1 + \mu_t^2)) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Die Gesamtkosten setzen sich aus den Lagerkosten am Ende jeder Makroperiode, den Rüstkosten, den Kosten für den Fremdbezug und den Kosten für vollständige Instandhaltungsmaßnahmen zusammen.

Die Lagerbilanzgleichungen, die Produktions-, die Rüst- und die Rüstübertragungsbedingungen (4.26) bis (4.30) sowie die Begrenzung der Kapazität pro Makroperiode (4.31) verändern sich gegenüber den vorherigen Modellen mit partieller Instandhaltung nicht.<sup>30</sup>

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.26)$$

$$Q_{kt}^1 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.27)$$

<sup>29</sup> Engl. Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Preservation of the Setup State and Complete, Serial Maintenance.

<sup>30</sup> Vgl. zur Erläuterung der Nebenbedingungen Abschnitt 4.2.1.2 auf Seite 31 ff.

$$Q_{kt}^2 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{kt} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.28)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \leq 1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.29)$$

$$\delta_{kt} \geq \omega_{kt} - \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.30)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} C_t \leq c_\tau \quad \tau \in \mathcal{P} \quad (4.31)$$

Die Kapazitätsrestriktionen (4.8) müssen wie folgt angepasst werden:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + tv \cdot (\mu_t^1 + \mu_t^2) = C_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.32)$$

Im Gegensatz zu den Modellen mit partieller Instandhaltung wird in den Kapazitätsrestriktionen (4.32) die Dauer der vollständigen Instandhaltung berücksichtigt.

Die Gleichungen (4.33) bis (4.36) verfolgen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente innerhalb einer Mikroperiode  $t$ .

$$S_{t-1}^4 + SI_t^1 = S_t^1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.33)$$

$$S_t^1 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^1 = S_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.34)$$

$$S_t^2 + SI_t^2 = S_t^3 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.35)$$

$$S_t^3 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^2 = S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.36)$$

Die Gleichungen (4.34) und (4.36) sind identisch zu denen in den Modellformulierungen mit partieller Instandhaltung. In den Gleichungen (4.33) und (4.35) wird der Zustand der verschleißbehafteten Komponente um  $SI_t^1$  bzw.  $SI_t^2$  verbessert, wenn eine vollständige Instandhaltung am Anfang der Mikroperiode bzw. vor dem Rüstvorgang stattfindet.

Damit der Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach einer vollständigen Instandhaltung dem Maximum  $s^{\max}$  entspricht, muss die Modellformulierung um die Nebenbedingungen (4.37) bis (4.40) ergänzt werden.

$$S_t^1 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.37)$$

$$SI_t^1 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.38)$$

$$S_t^3 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.39)$$

$$SI_t^2 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.40)$$

Die Restriktionen (4.37) und (4.38) bzw. (4.39) und (4.40) stellen sicher, dass, wenn eine vollständige Instandhaltung am Anfang der Mikroperiode  $t$  bzw. vor dem Rüstvorgang in der Mikroperiode  $t$  eingeplant wird, der Zustand der verschleißbehafteten Komponente nach der Instandhaltung dem Maximum  $s^{\max}$  entspricht.

Die Nebenbedingungen (4.41) bis (4.45) verändern sich im Vergleich zur partiellen Instandhaltung nicht.

$$S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \leq s^{\max} \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.41)$$

$$s^{\min} \leq S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.42)$$

$$s_0 = s^{\max} \quad (4.43)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.44)$$

$$\omega_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.45)$$

Sie stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente im Intervall  $[s^{\min}, s^{\max}]$  liegt, und geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente, den Anfangslagerbestand und den Anfangsrüstzustand der Ressource an.

Die Nichtnegativitäts- und Binärbedingungen (4.46) und (4.47) werden um die neu hinzugefügten Variablen  $SI_t^1$ ,  $SI_t^2$ ,  $\mu_t^1$  und  $\mu_t^2$  ergänzt.

$$I_{kt}, Q_{kt}^1, Q_{kt}^2, S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4, SI_t^1, SI_t^2 \geq 0 \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.46)$$

$$\delta_{kt}, \omega_{kt}, \mu_t^1, \mu_t^2 \in \{0, 1\} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.47)$$

## 4.2.4 Ein Modell mit vollständiger und paralleler Instandhaltung

### 4.2.4.1 Modellspezifische Annahmen

Zusätzlich zu den bereits in Abschnitt 4.2.3.1 vorgestellten Annahmen I12 bis I15 für vollständige Instandhaltung und den generellen Modellannahmen P1 bis P8 und I1 bis I5 aus Abschnitt 4.1 gelten die gleichen Annahmen I10 und I11 und die gleiche Notation, die bereits in Abschnitt 4.2.2.1 vorgestellt wurden.

Abbildung 4.6 zeigt den zeitlichen Verlauf in einer Mikroperiode für den Fall von vollständiger und paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes.

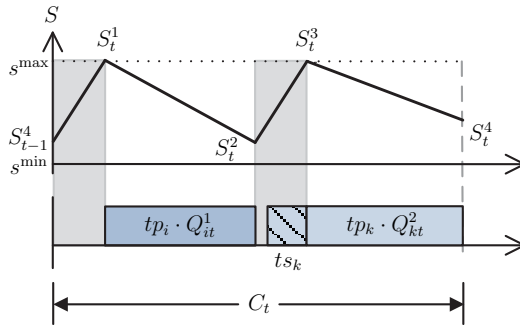


Abbildung 4.6: Zeitstruktur einer Mikroperiode  $t$  im Fall von vollständiger, paralleler Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes, wobei die Instandhaltungsmaßnahme nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  mehr Zeit benötigt als der Rüstvorgang

### 4.2.4.2 Modellformulierung

Mit der auf den Seiten 27 ff., 34 und 36 ff. vorgestellten Notation kann das kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem mit Rüsterhalt und vollständiger, paralleler Instandhaltung (LMSP-PCP<sup>31</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

31 Engl. Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Preservation of the Setup State and Complete, Parallel Maintenance.



Die Zielfunktion und die Nebenbedingungen entsprechen weitgehend der Formulierung des LMSP-PCS auf Seite 37 (Bedingungen (4.25) bis (4.47)) mit drei Abweichungen:

Erstens wird die Kapazitätsrestriktion (4.32) - wie auch schon im Fall partieller, paralleler Instandhaltung - durch die folgende neue Kapazitätsrestriktion ersetzt, in welcher der mögliche Kapazitätsbonus  $CB_t$  berücksichtigt wird:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + tv \cdot (\mu_t^1 + \mu_t^2) = C_t + CB_t \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.48)$$

Zweitens werden die folgenden beiden Nebenbedingungen ähnlich wie im seriellen Fall der Modellformulierung hinzugefügt, wobei Restriktion (4.49) der Restriktion (4.22) im Fall von partieller, paralleler Instandhaltung entspricht:

$$CB_t \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} ts_k \cdot \delta_k \quad t \in \mathcal{T}, \quad (4.49)$$

$$CB_t \leq tv \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.50)$$

Die Nebenbedingungen (4.49) und (4.50) bestimmen den Kapazitätsgewinn  $CB_t$  durch das parallele Rüsten und Instandhalten. Dieser Kapazitätsgewinn muss kleiner sein als die Rüst- bzw. Instandhaltungszeit.

Drittens wird die nichtnegative Variable  $CB_t$  der Modellformulierung hinzugefügt:

$$CB_t \geq 0 \quad t \in \mathcal{T}. \quad (4.51)$$

Diese gibt den Kapazitätsgewinn an.

## 4.3 Modelle mit Verlust des Rüstzustandes - Annahmen und Modellierungsansatz

Bei einigen Instandhaltungsmaßnahmen kann der Rüstzustand nicht erhalten werden. Dann spricht man von Rüstverlust. Im Fall von Rüstverlust gelten die folgenden zusätzlichen Annahmen I16 und I17:<sup>32</sup>

---

<sup>32</sup> Diese Annahmen gelten zusätzlich zu den in Abschnitt 4.1 und 4.2 jeweils vorgestellten Modellannahmen der entsprechenden Modelle.

I16 Es findet maximal eine Instandhaltungsmaßnahme pro Mikroperiode  $t$  nach der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$  statt. Wenn die Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  Null ist, findet die Instandhaltungsmaßnahme am Anfang der Mikroperiode  $t$  statt.

I17 Falls eine Instandhaltungsmaßnahme durchgeführt wird, muss danach erst neu für ein Produkt gerüstet werden, bevor weiter produziert werden kann.

Sofern ein Rüstverlust nach einer Instandhaltungsmaßnahme eintritt, wird eine zusätzliche Nebenbedingung benötigt, die diesen Sachverhalt wiedergibt.

Im Fall von partieller Instandhaltung müssen die Modellformulierungen für serielle bzw. parallele Instandhaltung jeweils um die folgenden Nebenbedingungen (4.52) ergänzt werden:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_{kt} + 1 \geq \frac{pm \cdot U_t^2}{s_{\max}} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.52)$$

Die Nebenbedingungen (4.52) stellen sicher, dass nach einer partiellen Instandhaltung erst ein Rüstvorgang ausgeführt wird, bevor weiter produziert werden kann.

Im Fall von vollständiger Instandhaltung müssen die Modellformulierungen für serielle bzw. parallele Instandhaltung jeweils um die folgende Nebenbedingungen (4.53) ergänzt werden:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_{kt} + 1 \geq \mu_t^2 + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.53)$$

Die Nebenbedingungen (4.53) stellen sicher, dass nach einer vollständigen Instandhaltung erst ein Rüstvorgang ausgeführt wird, bevor weiter produziert werden kann.

Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente  $S_t^1$  vor dem Beginn der Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  entspricht dem Zustand am Ende der vorherigen Mikroperiode  $S_{t-1}^4$ , vergleiche Abbildung 4.7.

Zusätzlich müssen die Variablen  $U_t^1$  für partielle Instandhaltung bzw.  $\mu_t^1$  und  $SI_t^1$  für vollständige Instandhaltung auf Null gesetzt werden, da nur noch eine Instandhaltung pro Mikroperiode möglich ist.

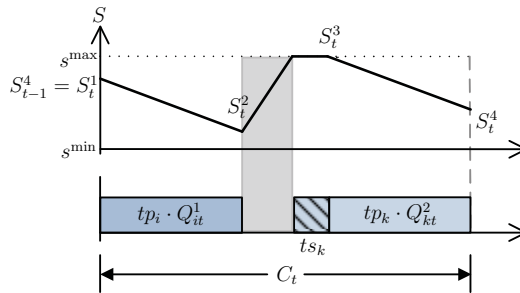


Abbildung 4.7: Zustandsverlauf im Fall von vollständiger, serieller Instandhaltung bei Verlust des Rüstzustandes

## 4.4 Ein generelles Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell

### 4.4.1 Zusätzliche Notation für das generelle Modell

Zur besseren Übersicht und zur Entwicklung von Erweiterungen der genannten Modelle in den folgenden Kapiteln werden die oben genannten acht Modellformulierungen in einem generellen Modell zusammengefasst, vergleiche auch Wolter und Helber (2016).

Damit dies möglich ist, werden die folgenden drei binären Inzidenzparameter  $\alpha$ ,  $\beta$ , und  $\gamma$  eingeführt, die zusammen jeweils angeben, welcher der im Voraus präsentierten acht Fälle gerade zutrifft.

#### Binäre Inzidenzparameter

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \begin{cases} 1, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung erhalten wird} \\ 0, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung verloren geht} \end{cases} \\
 \beta &= \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung möglich ist} \\ 0, & \text{wenn vollständige Instandhaltung möglich ist} \end{cases} \\
 \gamma &= \begin{cases} 1, & \text{wenn nur seriellcs Rüsten und Instandhalten möglich ist} \\ 0, & \text{wenn auch paralleles Rüsten und Instandhalten möglich ist} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Die sich ergebenden acht möglichen Kombinationen an Modellen werden in Abbildung 4.8 veranschaulicht.

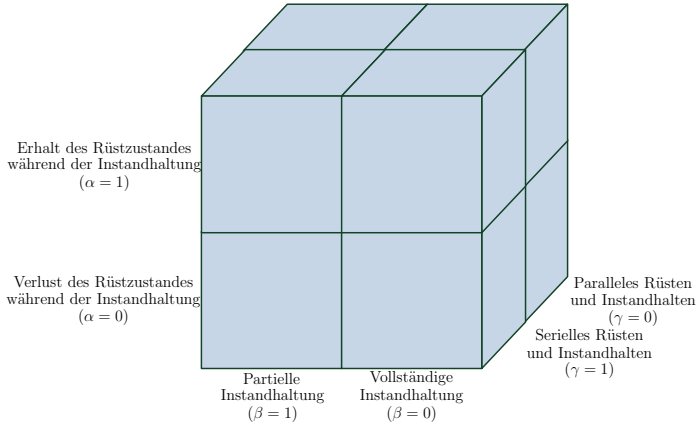


Abbildung 4.8: Überblick über die acht möglichen Kombinationen von  $\alpha$ ,  $\beta$ , und  $\gamma$

#### 4.4.2 Modellformulierung des generellen kapazitierten Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblems (GLMSP)

Mit der auf den Seiten 27 ff., 34, 36 ff. und 43 eingeführten Notation kann das generelle kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem (GLMSP<sup>33</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

Die Zielfunktion (4.54) fordert die Minimierung der Gesamtkosten.

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \cup \mathcal{M}} (c_{ik} \cdot I_{kt} + c_{ek} \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{sk} \cdot \delta_{kt}) \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \beta \cdot c_m \cdot (\alpha \cdot U_t^1 + U_t^2) + (1 - \beta) \cdot c_v \cdot (\alpha \cdot \mu_t^1 + \mu_t^2) \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Die Gesamtkosten bestehen aus den Lagerkosten am Ende jeder Makroperiode, den Rüstkosten und den Kosten für den geplanten Fremdbezug. Zuletzt werden noch die Kosten für die partielle bzw. vollständige Instandhaltung addiert.

Die Gleichungen (4.55) sind die Lagerbilanzgleichungen. Restriktionen (4.56) und (4.57) sind die Produktionsbedingungen. Die Restriktionen (4.58) sind die

<sup>33</sup> Engl. General Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem.

Rüstbedingungen und Restriktionen (4.59) sind die Rüstübertragungsbedingungen.

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T}\mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.55)$$

$$Q_{kt}^1 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.56)$$

$$Q_{kt}^2 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{kt} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.57)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \leq 1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.58)$$

$$\delta_{kt} \geq \omega_{kt} - \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.59)$$

Die Indikatorfunktion  $\mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T}\mathcal{M}\}}$  in der Lagerbilanzgleichung (4.55) wird benutzt, da eine Nachfrage jeweils nur in der letzten Mikroperiode einer Makroperiode auftritt. In jeder Makroperiode wird ein Fremdbezug  $X_{kt}$  erlaubt, sodass formal alle in den numerischen Untersuchungen generierten Problem instanzen kapazitätszulässig sind. Es werden hohe Kosten für den Fremdbezug  $ce$  angesetzt, um diesen möglichst aus der Lösung zu eliminieren.<sup>34</sup>

Die Ungleichungen (4.56) und (4.57) stellen sicher, dass die Ressource für Produkt  $k$  gerüstet ist, um produzieren zu können. Restriktionen (4.58) geben an, dass die Ressource am Ende einer Mikroperiode  $t$  maximal für ein Produkt gleichzeitig gerüstet sein kann. Restriktionen (4.59) modellieren die Übertragung eines Rüstzustandes in die nächste Mikroperiode.

Die folgenden Restriktionen (4.60) und (4.61) sind die Kapazitätsrestriktionen.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}\mathcal{P}_\tau} C_t \leq c_\tau \quad \tau \in \mathcal{P} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + \beta \cdot tm \cdot (\alpha \cdot U_t^1 + U_t^2) \\ & + (1 - \beta) \cdot tv \cdot (\alpha \cdot \mu_t^1 + \mu_t^2) = C_t + (1 - \gamma) \cdot CB_t \quad t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Die Kapazitätsbedingungen (4.60) stellen sicher, dass die in jeder Makroperiode verfügbare Zeit  $c_\tau$ , die für die Produktion, die Rüstvorgänge und die Instandhaltungsmaßnahmen verfügbar ist, nicht überschritten wird. Die Restriktionen (4.61)

<sup>34</sup> Eine ausführliche Erläuterung zu dieser Annahme findet sich in Fußnote 4.2.1.2 auf Seite 31.

bestimmen die benötigte Kapazität  $C_t$  in jeder Mikroperiode  $t$  und dadurch implizit ihre Länge.

Die folgenden Restriktionen (4.62) bis (4.65) verfolgen den Zustand der kritischen Ressource.

$$S_{t-1}^4 + \alpha \cdot (\beta \cdot pm \cdot U_t^1 + (1 - \beta) \cdot SI_t^1) = S_t^1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.62)$$

$$S_t^1 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^1 = S_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.63)$$

$$S_t^2 + \beta \cdot pm \cdot U_t^2 + (1 - \beta) \cdot SI_t^2 = S_t^3 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.64)$$

$$S_t^3 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt}^2 = S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.65)$$

Die Restriktionen (4.62) bis (4.65) verbinden die Zustandsvariablen  $S_t^1$  bis  $S_t^4$  und berücksichtigen sowohl die Abnutzung als auch die Instandhaltung.

Die nächste Gruppe von Restriktionen (4.66) bis (4.69) wird nur im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) aktiviert.

$$S_t^1 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (4.66)$$

$$SI_t^1 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (4.67)$$

$$S_t^3 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (4.68)$$

$$SI_t^2 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (4.69)$$

Die Restriktionen (4.66) und (4.67) stellen sicher, dass der Zustand der Ressource nach einer Instandhaltungsmaßnahme am Anfang einer Mikroperiode gleich  $s^{\max}$  ist. Gleichermäßen garantieren die Restriktionen (4.68) und (4.69), dass der Zustand der Ressource nach einer Instandhaltungsmaßnahme vor oder parallel zum Rüstvorgang gleich  $s^{\max}$  ist.

Ein weiteres Set von Restriktionen (4.70) und (4.71) wird benutzt, um den Kapazitätsbonus  $CB_t$  im Fall von paralleler Instandhaltung ( $\gamma = 0$ ) zu bestimmen, der durch paralleles Rüsten und Instandhalten gewonnen wird.

$$CB_t \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} ts_k \cdot \delta_k \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (4.70)$$

$$CB_t \leq \beta \cdot tm \cdot U_t^2 + (1 - \beta) \cdot tv \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (4.71)$$

In der Kapazitätsbedingung (4.61) wird der Kapazitätsverbrauch sowohl für Rüst- als auch Instandhaltungsmaßnahmen berücksichtigt. Wenn diese Operationen parallel ausgeführt werden, kann der resultierende Kapazitätsbonus  $CB_t$  nicht größer sein als das Minimum der beiden notwendigen Operationen, vergleiche Nebenbedingungen (4.70) und (4.71).

Die Restriktionen (4.72) werden nur benötigt, wenn die Instandhaltungsmaßnahmen zu einem Rüstverlust ( $\beta = 0$ ) führen und sie stellen sicher, dass ein neuer Rüstvorgang ausgeführt werden muss, bevor die Produktion fortgeführt werden kann.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_{kt} + 1 \geq \beta \cdot \frac{pm \cdot U_t^2}{s^{\max}} + (1 - \beta) \cdot \mu_t^2 + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 0 \quad (4.72)$$

Die Restriktionen (4.73) und (4.74) stellen sicher, dass der Zustand der kritischen Ressource immer im Intervall  $[s^{\min}, s^{\max}]$  liegt.

$$S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \leq s^{\max} \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.73)$$

$$s^{\min} \leq S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.74)$$

Die Bedingungen (4.75) bis (4.80) geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente, den Anfangslagerbestand und den Rüstzustand der Ressource an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_0 = s^{\max} \quad (4.75)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.76)$$

$$\omega_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (4.77)$$

$$C_t, CB_t, I_{kt}, Q_{kt}^1, Q_{kt}^2, S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4, SI_t^1, SI_t^2, X_{kt} \geq 0 \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.78)$$

$$U_t^1, U_t^2 \in \mathbb{N}_0 \quad t \in \mathcal{T} \quad (4.79)$$

$$\delta_{kt}, \omega_{kt}, \mu_t^1, \mu_t^2 \in \{0, 1\} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.80)$$

Gleichung (4.75) legt den Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Anfang der ersten Mikroperiode auf  $s^{\max}$  fest.

Gleichungen (4.76) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts auf Null.

Restriktionen (4.78) bis (4.80) sind die Nichtnegativitäts-, Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen des Modells.

## 4.5 Numerische Untersuchungen

### 4.5.1 Beschreibung der Testinstanzen

Für die numerischen Untersuchungen werden zwei Problemklassen definiert, die sich in der Anzahl der Produkte und Perioden unterscheiden, um Resultate für kleine bzw. große Instanzen miteinander zu vergleichen, vergleiche Tabelle 4.1.

Tabelle 4.1: Untersuchte Problemklassen für das GLMSP

|          | $K$ | $T$ | $P = T/K$ | #TI |
|----------|-----|-----|-----------|-----|
| Klasse A | 5   | 25  | 5         | 576 |
| Klasse B | 20  | 200 | 10        | 576 |

Für jede der acht möglichen Kombinationen von Instandhaltungsfällen ( $\alpha/\beta/\gamma$ ) und jede Klasse werden (künstliche) Testinstanzen definiert, in dem systematisch einzelne Parameter des Modells variiert werden. Dies ergibt insgesamt 1.152 Testinstanzen.

Tabelle 4.2 gibt einen Überblick über die verschiedenen Parameterwerte für beide Problemklassen.

Um die Nachfrage zu generieren, wird eine mittlere Nachfrage  $d_k^{\text{Mittel}}$  für jedes Produkt  $k$  erzeugt, welche ganzzahlig und gleichverteilt ist zwischen 50 und 150. Die gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  folgt einer Normalverteilung mit Mittelwert  $d_k^{\text{Mittel}}$  und einer Standardabweichung von  $VKN \cdot d_k^{\text{Mittel}}$ .

Die Nachfrage ist nur am Ende jeder Makroperiode  $\tau$  gegeben und sonst Null. Die generierten Nachfragewerte für Problemklasse A und B sind jeweils in den



Tabelle 4.2: Parameter für die Testinstanzen des GLMSP

|   |            |       |                  |
|---|------------|-------|------------------|
| Problemklasse   | $PK$       | $\in$ | $\{A, B\}$       |
| Variationskoeffizient der Nachfrage   | $VKN$      | $=$   | 0,3              |
| Dauer eines Produktionszyklus in Makroperioden<br>(time between orders)   | $TBO$      | $=$   | 2                |
| Zeit (Makroperioden) zwischen zwei<br>aufeinanderfolgenden Instandhaltungsmaßnahmen<br>(time between maintenance)   | $TBM$      | $\in$ | $\{0, 5; 2\}$    |
| Kapazitätsauslastung  | $Kapa$     | $=$   | 0,9              |
| Rüstzeit als relativer Anteil der durchschnittlichen<br>Produktionszeit in einer Makroperiode                       | $ts^{rel}$ | $=$   | 0,15             |
| Instandhaltungszeit als relativer Anteil der<br>durchschnittlichen Rüstzeit in einer Makroperiode                   | $tm^{rel}$ | $\in$ | $\{0, 5; 1; 2\}$ |
| Zustandserhöhung durch eine ME partieller<br>Instandhaltung   | $pm$       | $\in$ | $\{1; 5; 20\}$   |
| Instandhaltungskosten als relativer Anteil der<br>durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten in einer<br>Makroperiode | $cm^{rel}$ | $\in$ | $\{0, 5; 1; 2\}$ |
| Lagerkosten pro Makroperiode und ME von<br>Produkt $k$ in GE  | $ci_k$     | $=$   | 1                |
| Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$   | $tp_k$     | $=$   | 1                |
| Minimalzustand der verschleißbehafteten<br>Komponente   | $s^{\min}$ | $=$   | 0                |
| Maximalzustand der verschleißbehafteten<br>Komponente   | $s^{\max}$ | $=$   | 100              |
| Kosten für den Fremdbezug von einer ME von<br>Produkt $k$ in GE   | $ce_k$     | $=$   | 1000             |

Tabellen B.1 und B.2 im Anhang B.1 zu finden.

Die durchschnittliche Nachfrage  $\overline{d}_k$  von Produkt  $k$  pro Makroperiode  $\tau$  ist gegeben durch

$$\overline{d}_k = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}\mathcal{M}} d_{kt}}{P} \quad k \in \mathcal{K}. \quad (4.81)$$

Die durchschnittliche Produktionszeit aller Produkte  $\overline{tp}$  pro Makroperiode ist

$$\overline{tp} = \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \overline{d_k}. \quad (4.82)$$

Die Rüstzeiten werden als ein relativer Anteil  $ts^{rel}$  der durchschnittlichen Produktionszeit pro Produkt und Makroperiode bestimmt. Die Rüstzeiten der Produkte hängen darüber hinaus jeweils von der durchschnittlichen Produktionszeit pro Makroperiode und Produkt ab. Die Rüstzeiten für Produkt  $k$  werden wie folgt berechnet:

$$ts_k = ts^{rel} \cdot tp_k \cdot \overline{d_k} \quad k \in \mathcal{K}. \quad (4.83)$$

Die durchschnittliche Rüstzeit  $\overline{ts}$  pro Makroperiode über alle Produkte ist dann

$$\overline{ts} = ts^{rel} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \overline{d_k} = ts^{rel} \cdot \overline{tp}. \quad (4.84)$$

Es werden zwei verschiedene Abnutzungsfälle betrachtet. Im ersten Fall (i) verursachen alle Produkte die gleiche Abnutzung  $a$  der verschleißbehafteten Komponente. Im zweiten Fall (ii) haben alle Produkte eine unterschiedliche Abnutzung  $a$  der verschleißbehafteten Komponente, die im Intervall  $[1/2a; 3/2a]$  liegen. Die Abnutzungsparameter für die beiden Fälle ergeben sich dann jeweils wie folgt:

$$(i) \quad a_k = a \quad k \in \mathcal{K}, \quad (4.85)$$

$$(ii) \quad a_k = \frac{a}{2} + \frac{a}{K-1} \cdot (k-1) \quad k \in \mathcal{K}. \quad (4.86)$$

Die durchschnittliche Abnutzung  $\overline{awr}$  pro Makroperiode über alle Produkte ist

$$\overline{awr} = \sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d_k} \cdot a_k). \quad (4.87)$$

Setzt man Gleichung (4.85) bzw. (4.86) in Gleichung (4.87) ein, ergibt sich jeweils:

$$(i) \quad \overline{awr} = a \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k}, \quad (4.88)$$

$$(ii) \quad \overline{awr} = a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} \cdot \frac{k-1}{K-1} \right). \quad (4.89)$$

Gegeben die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Instandhaltungsmaßnahmen ( $TBM^{35}$ ) und den Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente  $s^{\max}$ , ergibt sich ebenfalls der folgende Zusammenhang für die durchschnittliche Abnutzung:

$$\overline{awr} = \frac{s^{\max}}{TBM}. \quad (4.90)$$

Setzt man Gleichung (4.88) in Gleichung (4.90) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (i):

$$(i) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k}. \quad (4.91)$$

Ein Einfügen der Gleichung (4.91) in die Gleichung (4.85) ergibt die Abnutzungsparameter  $a_k$  der Produkte für den Fall, dass alle Produkte die gleiche Abnutzung auf der Ressource verursachen.

Setzt man Gleichung (4.89) in Gleichung (4.90) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (ii):

$$(ii) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k + \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k \cdot \frac{k-1}{K-1} \right)}. \quad (4.92)$$

Fügt man Gleichung (4.92) in Gleichung (4.86) ein, erhält man die Abnutzungsparameter aller Produkte für den Fall, dass die Produkte eine unterschiedliche Abnutzung verursachen.

Im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) beträgt die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  in einer Makroperiode:

$$\overline{tm} = \frac{tm}{pm} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k \cdot a_k. \quad (4.93)$$

Die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  wird darüber hinaus als relativer Anteil  $tm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüstzeit  $\overline{ts}$  angenommen:

$$\overline{tm} = tm^{rel} \cdot \overline{ts}. \quad (4.94)$$

---

35 Engl. Time between Maintenance.

Setzt man Gleichung (4.84) und Gleichung (4.93) in Gleichung (4.94) ein und löst nach  $tm$  auf, ergibt sich die Instandhaltungszeit für eine Mengeneinheit partieller Instandhaltung:

$$tm = \frac{tm^{rel} \cdot ts^{rel} \cdot pm \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \bar{d}_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \bar{d}_k \cdot a_k}. \quad (4.95)$$

Um vergleichbare Testinstanzen zu generieren, wird angenommen, dass die Zeit, die zur Erhöhung des Abnutzungsvorrats der verschleißbehafteten Komponente benötigt wird, gleich ist für die Fälle von partieller und vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ). Folglich ergibt sich die folgende Relation:

$$\frac{tm}{pm} = \frac{tv}{s^{max}}. \quad (4.96)$$

Setzt man Gleichung (4.95) in Gleichung (4.96) ein und löst nach  $tv$  auf, ergibt sich die Instandhaltungszeit für eine vollständige Instandhaltung:

$$tv = \frac{tm^{rel} \cdot ts^{rel} \cdot s^{max} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \bar{d}_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \bar{d}_k \cdot a_k}. \quad (4.97)$$

Die durchschnittliche Kapazität  $\bar{c}$ , welche pro Makroperiode benötigt wird, ergibt sich aus der Summe über die durchschnittliche Produktionszeit  $\bar{tp}$ , die durchschnittliche Rüstzeit  $\bar{ts}$  und die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\bar{tm}$  pro Makroperiode und wird wie folgt berechnet:

$$\bar{c} = \bar{tp} + \bar{ts} + \bar{tm}. \quad (4.98)$$

Setzt man Gleichung (4.84) und Gleichung (4.94) ein, ergibt sich

$$\bar{c} = \bar{tp} + ts^{rel} \cdot \bar{tp} + tm^{rel} \cdot (ts^{rel} \cdot \bar{tp}) = \bar{tp} \cdot (1 + ts^{rel} + tm^{rel} \cdot ts^{rel}). \quad (4.99)$$

Dividiert man die durchschnittliche benötigte Kapazität  $\bar{c}$  mit der angenommenen Kapazitätsauslastung  $Kapa$  der Ressource, erhält man die Kapazität pro Makroperiode  $\tau$

$$c_\tau = \frac{\bar{c}}{Kapa} = \frac{\bar{tp} \cdot (1 + ts^{rel} + tm^{rel} \cdot ts^{rel})}{Kapa} \quad \tau \in \mathcal{P}. \quad (4.100)$$

Die Rüstkosten  $cs_k$  für Produkt  $k$  sind gegeben durch

$$cs_k = \frac{\overline{d}_k \cdot TBO^2 \cdot ci_k}{2} \quad k \in \mathcal{K}. \quad (4.101)$$

Die durchschnittliche Summe der Rüst- und Lagerkosten  $\overline{csi}$  pro Makroperiode  $\tau$  über alle Produkte ist gegeben durch

$$\overline{csi} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sqrt{2 \cdot \overline{d}_k \cdot cs_k \cdot ci_k}. \quad (4.102)$$

Setzt man Gleichung (4.101) in Gleichung (4.102) ein, erhält man

$$\overline{csi} = \sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d}_k \cdot TBO \cdot ci_k). \quad (4.103)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  pro Makroperiode  $\tau$  betragen im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ )

$$\overline{cm} = \sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d}_k \cdot a_k) \cdot \frac{cm}{pm}. \quad (4.104)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  werden als relativer Anteil  $cm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten  $\overline{csi}$  angenommen:

$$\overline{cm} = cm^{rel} \cdot \overline{csi}. \quad (4.105)$$

Setzt man Gleichung (4.105) in Gleichung (4.104) ein und löst nach  $cm$  auf, erhält man die Instandhaltungskosten für eine Mengeneinheit partieller Instandhaltung:

$$cm = pm \cdot \frac{cm^{rel} \cdot \overline{csi}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d}_k \cdot a_k)}. \quad (4.106)$$

Die gleiche Relation, die schon weiter oben für die Instandhaltungszeit verwendet wurde (Gleichung (4.96)) wird auch für die Instandhaltungskosten angenommen. Daraus ergeben sich die Instandhaltungskosten für eine vollständige Instandhaltung als:

$$cv = s^{\max} \cdot \frac{cm}{pm}. \quad (4.107)$$

### 4.5.2 Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik

Standardsolver für gemischt-ganzzahlige Programme (MIP<sup>36</sup>), wie zum Beispiel CPLEX, können aufgrund der kombinatorischen Problemstruktur nur sehr kleine Instanzen der hier vorgestellten Modelle lösen. Um größere Probleminstanzen zu lösen, wurde eine Dekompositionsheuristik basierend auf der Fix&Optimize-Heuristik von Helber und Sahling (2010) entwickelt.

In diesem Ansatz wird das Ausgangsproblem iterativ in Unterprobleme zerlegt und gelöst. In jedem Unterproblem werden alle reellwertigen, aber nur ein relativ kleiner Anteil der binären Entscheidungsvariablen des Originalproblems gelöst, während die restlichen Binärvariablen fixiert sind. Da nur ein kleiner Teil der Binärvariablen optimiert wird, können diese Unterprobleme häufig in angemessener Zeit mit einem Standardsolver optimal gelöst werden. Die meisten Binärvariablen, die in einem Unterproblem optimal gelöst werden, werden im nächsten Unterproblem fixiert. Aus diesem Grund wird der Lösungsraum sequentiell abgelaufen.

Für den Fix&Optimize-Dekompositionsalgorithmus wird zunächst eine Menge  $\mathcal{KT}$  von Produkt-Perioden-Kombinationen definiert, wobei  $\mathcal{KT} = \{1, \dots, K\} \times \{1, \dots, T\}$ .

Um die Rüst- und Rüstzustandsvariablen  $\delta_{kt}$  und  $\omega_{kt}$  des Ausgangsproblems zu identifizieren, die entweder fixiert oder optimiert werden, werden die folgenden disjunkten Untermengen  $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix} \subseteq \mathcal{KT}$ ,  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt} \subseteq \mathcal{KT}$ ,  $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix} \subseteq \mathcal{KT}$  und  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt} \subseteq \mathcal{KT}$  definiert.

Zusätzlich werden für die binären Variablen  $\mu_t^1$  und  $\mu_t^2$  für den Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) die disjunkten Untermengen  $\mathcal{T}_{\mu}^{fix} \subseteq \mathcal{T}$  und  $\mathcal{T}_{\mu}^{opt} \subseteq \mathcal{T}$  eingeführt, um den Anteil an fixierten und zu optimierenden Instandhaltungsvariablen in jedem Unterproblem festzulegen.

Die zusätzliche Notation für die Untermodelle lautet wie folgt:

#### Mengen und Untermengen

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $\mathcal{KT}$                | Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$  |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{kt}$ fixiert sind         |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{kt}$ optimiert werden     |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ fixiert sind |

36 Engl. Mixed Integer Program.

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$ optimiert werden        |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{fix}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$ und $\mu_t^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{opt}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$ und $\mu_t^2$ optimiert werden |

### Parameter

|                     |   |
|---------------------|---|
| $\bar{\delta}_{kt}$ | Fixierter Wert der binären Rüstvariablen $\delta_{kt}$                      |
| $\bar{\omega}_{kt}$ | Fixierter Wert der binären Rüstzustandsvariablen $\omega_{kt}$              |
| $\bar{\mu}_t^1$     | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^1$ |
| $\bar{\mu}_t^2$     | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_t^2$ |

Unter Verwendung der zusätzlichen Notation kann das Unterproblem GLMSP-Sub mit den Bedingungen (4.54) bis (4.80) und den folgenden zusätzlichen Bedingungen definiert werden.

$$\delta_{kt} = \bar{\delta}_{kt} \quad (k,t) \in \mathcal{KT}_{\delta}^{fix} \quad (4.108)$$

$$\omega_{kt} = \bar{\omega}_{kt} \quad (k,t) \in \mathcal{KT}_{\omega}^{fix} \quad (4.109)$$

$$\mu_t^1 = \bar{\mu}_t^1 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (4.110)$$

$$\mu_t^2 = \bar{\mu}_t^2 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \beta = 0 \quad (4.111)$$

Die zusätzlichen Nebenbedingungen (4.108) bis (4.111) begrenzen die Optimierung der binären Rüstvariablen  $\delta_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ , der binären Rüstzustandsvariablen  $\omega_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$  und der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen auf die Untermenge  $\mathcal{T}_{\mu}^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_{\mu}^{fix}$ .

Der iterative Dekompositionsalgorithmus läuft wie folgt ab:

Zunächst wird eine Startlösung generiert. Da die Anzahl der Mikroperioden pro Makroperiode der Anzahl der Produkte entspricht, wird zunächst ein Rüstvorgang für Produkt 1 in Mikroperiode 1 ( $\delta_{1,1} = 1$ ), für Produkt 2 in Mikroperiode 2

( $\delta_{2,2} = 1$ ) usw. geplant. In der ersten Mikroperiode der zweiten Makroperiode wird dann wieder ein Rüstvorgang für Produkt 1 geplant und so weiter. Auf diese Weise werden allen Rüst- und Rüstzustandsvariablen Anfangswerte zugewiesen.

Im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) werden außerdem jeweils Anfangswerte für die Binärvariablen  $\mu_t^1$  für Instandhaltungsmaßnahmen am Anfang von Mikroperiode  $t$  im Fall von Rüsterhalt ( $\alpha = 1$ ) und  $\mu_t^2$  für Instandhaltungsmaßnahmen vor ( $\gamma = 1$ ) bzw. während eines Rüstvorganges ( $\gamma = 0$ ) in Mikroperiode  $t$  benötigt. Diesen Binärvariablen können nicht einfach beliebige Werte zugewiesen werden, da dies zu einer unzulässigen Lösung führen kann. Stattdessen werden die Ausgangswerte für die binären Instandhaltungsvariablen im Startproblem bestimmt und nicht vorab fixiert.

Wenn allen binären Rüst- und Rüstübertragungsvariablen die beschriebenen Anfangswerte zugewiesen wurden, kann das Startproblem GLMSP-Sub (4.54) bis (4.80), (4.108) bis (4.111) durch Fixierung aller Rüstvariablen  $\mathcal{KT}_\delta^{fix} = \mathcal{KT}_\omega^{fix} = \mathcal{KT}$  und Optimierung über alle reellwertigen Variablen und binären Instandhaltungsvariablen  $\mathcal{T}_\mu^{opt} = \mathcal{T}$  gelöst und eine Startlösung generiert werden.

Der Ablauf der Bestimmung einer zulässigen Startlösung ist im Algorithmus 4.1 dargestellt.

---

```

für alle  $k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$ 
   $\lfloor$  Setze  $\delta_{kt}, \omega_{kt} := 0$ 
für alle  $\tau \in \mathcal{KT}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$ 
   $\lfloor$  wenn  $t = K \cdot (\tau - 1) + k$  dann
     $\lfloor$  Setze  $\delta_{kt}, \omega_{kt} := 1$ 
Setze  $\mathcal{KT}_\delta^{fix} := \mathcal{KT}$ 
Setze  $\mathcal{KT}_\omega^{fix} := \mathcal{KT}$ 
Setze  $\mathcal{T}_\mu^{opt} := \mathcal{T}$ 
Bestimme  $z$  für das GLMSP-Sub

```

---

*Algorithmus 4.1:* Bestimmung einer zulässigen Startlösung für die F&O-Heuristik zur Lösung des GLMSP

Während des Dekompositionsalgorithmus wird eine Abfolge von Unterproblemen GLMSP-Sub gelöst, die sich nur in den aktuell fixierten Binärvariablen unterscheiden.



Diese Variablen werden auf die Werte fixiert, die im jeweils vorherigen Unterproblem durch Optimierung bestimmt wurden, wenn dadurch eine Zielfunktionsverbesserung erreicht wurde. Eine detaillierte Beschreibung der Fix&Optimize-Heuristik und der Dekompositionsstrategien findet sich bei Sahling (2010) und Helber und Sahling (2010).

In der **produktorientierten Dekomposition (PoD)** werden jeweils Paare von zwei Produkten innerhalb eines Unterproblems betrachtet. Die binären Rüst-, Rüstzustands- und Instandhaltungsvariablen  $\delta_{kt}$ ,  $\omega_{kt}$ ,  $\mu_t^1$  und  $\mu_t^2$  werden über alle Mikroperioden  $t \in \mathcal{T}$  für die zwei Produkte des aktuellen Unterproblems optimiert. Die Binärvariablen aller anderen Produkte werden fixiert. Beginnend mit der Produktkombination  $\{1,2\}$ , gefolgt von der Produktkombination  $\{1,3\}$  usw. werden alle Produktpaare sukzessiv in aufsteigender Reihenfolge abgearbeitet.

Immer wenn ein Unterproblem zu einer besseren Lösung mit geringeren Kosten als das vorherige führt, wird diese Lösung als neue, beste gefundene Lösung übernommen.

In der Strategie PoD1 werden jeweils zwei Produkte  $k, k' \in \mathcal{K}$  zusammen optimiert, wobei nach und nach alle möglichen Produktkombinationen  $(k, k')$  abgearbeitet werden.

Bei der Strategie PoD2 werden nicht alle Produktkombinationen abgearbeitet, sondern nur diejenigen, bei denen  $k' > k$  gilt.

Der Ablauf der produktorientierten Dekomposition PoD2 ist in Abbildung 4.9 und im Algorithmus 4.2 dargestellt.

In der **ressourcenorientierten Dekomposition (RoD)** werden alle binären Rüst-, Rüstzustands- und Instandhaltungsvariablen aller Produkte  $k \in \mathcal{K}$  in einem vorgegebenen Zeitfenster von  $\kappa$  aufeinanderfolgenden Mikroperioden optimiert. Die restlichen Binärvariablen, welche außerhalb dieses Intervalls liegen, werden auf die Werte der zuletzt gefundenen Lösung fixiert, die den Zielfunktionswert verbessert hat.

Beginnend mit der ersten Mikroperiode und der ersten Ressource wird das Zeitfenster um  $\lambda$  Mikroperioden nach vorne verschoben, um das nächste Unterproblem zu generieren, solange bis der Planungshorizont erreicht ist. Dies wird solange wiederholt, bis alle Ressourcen einmal durchlaufen wurden.<sup>37</sup>

---

<sup>37</sup> Im Fall von nur einer Ressource, wie in diesem Kapitel, kann man auch von einer periodenorientierten Dekomposition sprechen. Im Hinblick auf das noch folgende Kapitel 6, in dem ein Modell mit mehreren Ressourcen vorgestellt wird, wird der Konsistenz halber in allen Kapiteln der Begriff ressourcenorientierte Dekomposition verwendet.

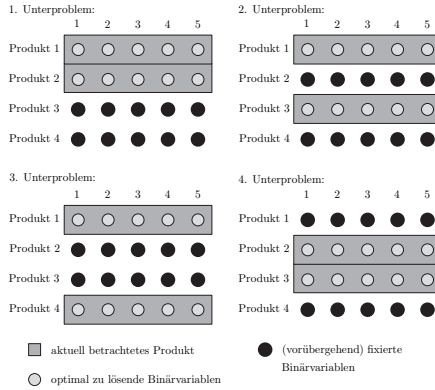


Abbildung 4.9: Beispiel zum Ablauf der produktorientierten Dekomposition PoD1 zur Lösung des GLMSP  
Quelle: In Anlehnung an Sahling (2010) S. 78

---

**für alle  $k \in \mathcal{K}$**

**für alle  $t \in \mathcal{T}$**

        Füge  $(k, t)$  den Mengen  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$  und  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$  hinzu

**für alle  $k' \in \mathcal{K}$  mit  $k' > k$**

**für alle  $t \in \mathcal{T}$**

            Füge  $(k', t)$  den Mengen  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$  und  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$  hinzu

        Setze  $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix} := \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$

        Setze  $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix} := \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$

        Bestimme  $z$  für das GLMSP-Sub

**wenn  $z < Z^{best}$  dann**

**für alle  $t \in \mathcal{T}$**

                Setze  $\bar{\delta}_{k't} := \delta_{k't}^*$

                Setze  $\bar{\omega}_{k't} := \omega_{k't}^*$

            Setze  $Z^{best} := z$

    Setze  $\bar{\delta}_{kt} := \delta_{kt}^*$

    Setze  $\bar{\omega}_{kt} := \omega_{kt}^*$

---

#### Bezeichnungen

$Z^{best}$     bester bekannter Zielfunktionswert

$\delta_{kt}^*$     optimale Ausprägung der Entscheidungsvariable  $\delta_{kt}$

$\omega_{kt}^*$     optimale Ausprägung der Entscheidungsvariable  $\omega_{kt}$

---

Algorithmus 4.2: Ablauf der produktorientierten Dekomposition PoD2 zur Lösung des GLMSP

Der Ablauf der ressourcenorientierten Dekomposition ist in Abbildung 4.10 und Algorithmus 4.3 dargestellt. Das betrachtete Planungsfenster hat eine Länge von 2 Perioden ( $\kappa = 2$ ) und wird jeweils um eine Periode verschoben ( $\lambda = 1$ ).

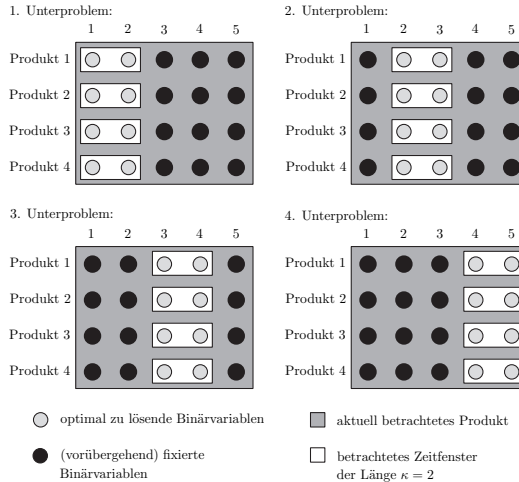


Abbildung 4.10: Beispiel zum Ablauf der ressourcenorientierten Dekomposition  
 RoD zur Lösung des GLMSP  
 Quelle: In Anlehnung an Sahling (2010) S. 80

### 4.5.3 Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung

Die numerischen Untersuchungen sollen zwei Hauptfragen beantworten.

- Die erste Frage bezieht sich auf die Schnelligkeit der gewählten Fix&Optimize-Heuristik, verglichen mit einem Standardsolver wie CPLEX.
- Die zweite Frage ist betriebswirtschaftlicher Natur und soll klären, welche Einflüsse die verschiedenen Instandhaltungsfälle auf die Gesamtkosten haben, verglichen untereinander und verglichen mit zwei anderen Produktionsplänen, bei denen die Produktions- und Instandhaltungsplanung nacheinander und unabhängig voneinander erfolgt. Es soll aufgezeigt werden, wann es sinnvoll ist, eine integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung durchzuführen.

---

```

für alle  $r \in \mathcal{R}$ 
  Setze  $t := 0$  solange  $t < T$ 
    für  $t' := t + 1$  bis  $\min T, t + \kappa$ 
      Füge  $t'$  der Menge  $\mathcal{T}_\mu^{opt}$  hinzu für alle  $k \in \mathcal{K}$ 
        Füge  $(k, t')$  den Mengen  $\mathcal{KT}_\delta^{opt}$  und  $\mathcal{KT}_\omega^{opt}$  hinzu
      Setze  $\mathcal{KT}_\delta^{fix} := \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_\delta^{opt}$  Setze  $\mathcal{KT}_\omega^{fix} := \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_\omega^{opt}$  Bestimme  $z$  für das
      GLMSP-Sub wenn  $z < Z^{best}$  dann
        für alle  $t' \in \mathcal{T}_\mu^{opt}$ 
          Setze  $\bar{\mu}_t^1 := \mu * t'$  Setze  $\bar{\mu}_t^2 := \mu * t'^2$ 
        für alle  $(k, t') \in \mathcal{KT}_\delta^{opt}$ 
          Setze  $\bar{\delta}_{kt'} := \delta *_{kt'}$ 
        für alle  $(k, t') \in \mathcal{KT}_\omega^{opt}$ 
          Setze  $\bar{\omega}_{kt'} := \omega *_{kt'}$ 
        Setze  $Z^{best} := z$ 
      Setze  $t := t + \lambda$  (wobei  $1 \leq \lambda \leq \kappa$ )
  
```

---

**Bezeichnungen**

|                     |  |
|---------------------|--|
| $r \in \mathcal{R}$ | Menge der Ressourcen, $\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$                |
| $\kappa$            | Länge des Planungsfensters   |
| $\lambda$           | Anzahl der Mikroperioden, um die ein Planungsfenster verschoben wird |

---

*Algorithmus 4.3:* Ablauf der ressourcenorientierten Dekomposition zur Lösung des GLMSP

Das GLMSP, das GLMSP-Sub und die Fix&Optimize-Heuristik wurden in GAMS 23.7.3 implementiert. CPLEX 12.3 wurde benutzt, um die Modelle zu lösen und Referenzwerte zu bestimmen. Alle Berechnungen wurden auf dem Clustersystem des Leibniz Universität Hannover IT Services durchgeführt.

Für die Fix&Optimize-Heuristik wurden zwei parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz, 4 GB RAM und einem Zeitlimit von 15 Sekunden pro Unterproblem verwendet. Daraus ergibt sich für jede Testinstanz ein bester gefundener Zielfunktionswert  $Z^{F\&O}$ .

Um Referenzwerte zu bestimmen, wurde versucht, jede der 1.152 Testinstanzen des GLMSP zusätzlich direkt zu lösen. Da sich dies als sehr zeitaufwendig erwies, wurde CPLEX als Startlösung die beste von der Fix&Optimize-Heuristik gefundene Lösung zur Beschleunigung des Branch&Bound-Algorithmus vorgegeben. CPLEX wurde dann eine Stunde Rechenzeit eingeräumt für jede der 576 Test-

instanzen von Problemklasse A und jeweils zehn Stunden Rechenzeit für die 576 Testinstanzen von Problemklasse B.

Es wurden vier parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz und 32 GB RAM verwendet, um Referenzlösungen zu finden, die besser sind, als die bereits von der Fix&Optimize-Heuristik gefundene Lösung. Die Zielfunktionswerte der Referenzlösung werden mit  $Z^{CPLEX}$  bezeichnet.

Aufgrund der beschriebenen Vorgehensweise bei der Bestimmung der Referenzwerte durch CPLEX gilt die folgende Relation:

$$Z^{F\&O} \geq Z^{CPLEX}. \quad (4.112)$$

Daraus folgt, dass die beste gefundene Lösung  $Z^{best}$  für eine Testinstanz die durch CPLEX bestimmte Referenzlösung  $Z^{CPLEX}$  ist. Es gilt also:

$$Z^{best} = Z^{CPLEX}. \quad (4.113)$$

Beide Zielfunktionswerte  $Z^{F\&O}$  und  $Z^{CPLEX}$  sind obere Schranken des optimalen Zielfunktionswertes.

CPLEX gibt nach Abschluss der Berechnungen auch die bis dahin beste bekannte untere Schranke  $Z^{LB}$  des optimalen Zielfunktionswertes aus.

Wenn die Bedingung

$$Z^{CPLEX} = Z^{LB} \quad (4.114)$$

zutrifft, war CPLEX in der Lage, die jeweilige Testinstanz optimal zu lösen.

Die relativen Abweichungen  $AUS$  der besten gefundenen Lösungen der Fix&Optimize-Heuristik  $Z^{F\&O}$  und der Referenzwerte von CPLEX  $Z^{CPLEX}$  von der besten bekannten unteren Schranke  $Z^{LB}$  werden wie folgt bestimmt:

$$AUS^{F\&O} = \frac{Z^{F\&O} - Z^{LB}}{Z^{LB}}, \quad (4.115)$$

$$AUS^{CPLEX} = \frac{Z^{CPLEX} - Z^{LB}}{Z^{LB}}. \quad (4.116)$$

Mit  $DAUS$  werden die durchschnittlichen Abweichungen von der besten bekannten unteren Schranke bezeichnet. Die durchschnittliche Abweichung  $DAUS$  wird ermittelt, indem die Summe der relativen Abweichungen  $AUS$  durch die Anzahl

der Testinstanzen geteilt wird.

Weiterhin stellt sich die Frage, inwieweit CPLEX eine bessere Lösung als die Fix&Optimize-Heuristik gefunden hat. Daher wird die relative Abweichung des besten gefundenen Zielfunktionswertes der Heuristik  $Z^{F\&O}$  vom Zielfunktionswert von CPLEX  $Z^{CPLEX}$  für jede Testinstanz wie folgt bestimmt:

$$AbwCpx = \frac{Z^{F\&O} - Z^{CPLEX}}{Z^{CPLEX}}. \quad (4.117)$$

Die durchschnittliche Abweichung  $DAbwCpx$  wird analog zur durchschnittlichen Abweichung von der besten bekannten unteren Schranke  $DAUS$  berechnet.

Zunächst wurde ermittelt, welche Variante der Fix&Optimize-Heuristik die besten Ergebnisse liefert und im weiteren Verlauf dieses Kapitels für die numerischen Untersuchungen verwendet wird.

Dazu wurden die beiden produktorientierten Dekompositionsstrategien PoD1 und PoD2 sowie die ressourcenorientierte Dekomposition mit verschiedenen Werten für die Parameter  $\kappa$  und  $\lambda$  getestet. Zusätzlich wurden noch zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition getestet, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.

Diese Dekompositionsstrategien wurden für beide Problemklassen getestet. Zur Berechnung der unteren Schranke wurde CPLEX eine Maximalzeit von einer Minute gegeben.

$DZeit$  gibt die durchschnittlich benötigte Zeit in Sekunden über alle 576 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an.  $DAUS$  gibt die durchschnittliche relative Abweichung in % von der unteren Schranke über alle 576 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an.

Eine Übersicht der Ergebnisse findet sich in Tabelle 4.3.

Für Problemklasse A hat die ressourcenorientierten Dekomposition mit einem Zeitfenster von zwölf Mikroperioden und einer Verschiebung von sechs Mikroperioden in Kombination mit der produktorientierten Dekomposition, bei der nur ein Teil der Produktkombinationen durchlaufen wird (RoD-12-6+PoD2), die geringste durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke  $DAUS$  von 3,19 %.

Tabelle 4.3: Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A und B des GLMSP

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse A         |                 | Klasse B         |                 |
|---------------------------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
|                                       | <i>DZeit</i> (s) | <i>DAUS</i> (%) | <i>DZeit</i> (s) | <i>DAUS</i> (%) |
| PoD1                                  | 136,71           | 3,69            | 4490,47          | 31,20           |
| PoD2                                  | 60,20            | 6,82            | 2035,79          | 33,03           |
| RoD-3-1                               | 100,90           | 10,42           | 517,71           | 36,13           |
| RoD-3-2                               | 48,31            | 11,52           | 260,83           | 37,14           |
| RoD-6-1                               | 118,18           | 6,16            | 484,95           | 35,59           |
| RoD-6-2                               | 61,45            | 6,60            | 275,81           | 35,64           |
| RoD-6-3                               | 40,56            | 6,83            | 191,69           | 35,71           |
| RoD-12-1                              | 160,98           | 3,83            | 899,29           | 34,56           |
| RoD-12-3                              | 58,09            | 3,95            | 357,95           | 34,61           |
| RoD-12-6                              | 30,01            | 4,19            | 193,18           | 34,69           |
| PoD2 + RoD-12-6                       | 91,63            | 4,15            | 2400,28          | 31,83           |
| <b>RoD-12-6 + PoD2</b>                | <b>94,98</b>     | <b>3,19</b>     | <b>2694,54</b>   | <b>31,51</b>    |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

Die Strategien PoD1 und RoD-12-1 liefern ebenfalls, im Vergleich zu den anderen Strategien, eine niedrige Abweichung *DAUS* von 3,69 % bzw. 3,83 %. Die durchschnittlich benötigte Zeit *DZeit* von 136,71 s bzw. 160,98 s liegt aber deutlich über der von der Strategie RoD-12-6+PoD2 benötigten Zeit von 94,98 s.

Für Problemklasse B hat die produktorientierte Dekomposition PoD1 die geringste durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* mit 31,20 %, gefolgt von der Strategie RoD-12-6+PoD2 mit 31,51 %. Die Strategie RoD-12-6+PoD2 hat aber im Vergleich durchschnittlich nur rund 60 % der Zeit benötigt gegenüber der Strategie PoD1.

Auf Basis dieser Ergebnisse wird die Strategie RoD-12-6+PoD2 im Folgenden für die numerischen Berechnungen der Problemklassen A und B des GLMSP verwendet.

In Tabelle 4.4 werden die numerischen Ergebnisse für Problemklasse A und in Tabelle 4.5 die numerischen Ergebnisse für Problemklasse B vorgestellt.

43,92 % der Instanzen der Problemklasse A wurden optimal gelöst.

Die durchschnittlichen Abweichungen der Fix&Optimize-Heuristik (4.115) und von CPLEX (4.116) von der unteren Schranke werden jeweils in der Spalte *DAUS* angegeben, zusammen mit der durchschnittlichen Rechenzeit *DZeit*.

Die durchschnittliche Verbesserung des Zielfunktionswertes (4.117) von CPLEX gegenüber der Fix&Optimize-Heuristik wird in der Spalte *DAbwCpx* angegeben.

Die Ergebnisse zeigen, dass die verwendete Fix&Optimize-Heuristik beide Problemklassen lösen kann. Auch wenn CPLEX eine gute Startlösung und zusätzliche Rechenzeit gegeben wird, kann es die gefundene Lösung der Fix&Optimize-Heuristik im Durchschnitt (*DAbwCpx*) nur um 0,44 % bzw. 0,12 % verbessern.

Für Problemklasse A sind die gefundenen Lösungen annähernd optimal. Für Problemklasse B sind die relativen Abweichungen zur unteren Schranke relativ groß, was an den schwachen unteren Schranken der LP-Relaxation liegen kann.

Die durchschnittliche Rechenzeit *DZeit* der Fix&Optimize-Heuristik wird bei Problemklasse A stark durch die Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (*TBM*) beeinflusst. So führt eine kürzere Zeit zwischen zwei Instandhaltungen zu einer deutlich höheren (doppelten) durchschnittlichen Rechenzeit. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mehr Instandhaltungsvorgänge eingeplant werden müssen.

In Problemklasse B ist dieser Einfluss nicht so stark, was daran liegt, dass in Problemklasse B die Anzahl der Produkte und Perioden deutlich höher ist, was zu einem größeren Lösungsraum und mehr Möglichkeiten führt, Instandhaltungsmaßnahmen einzuplanen.

Der Vergleich der durchschnittlichen Kosten *DBestLsg* des simultanen Ansatzes untereinander für die verschiedenen Testparameter und Modellannahmen zeigt wie erwartet, dass die Kosten mit steigender Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (*TBM*) sinken. Es ist ebenfalls ersichtlich, dass je größer der partielle Anteil *pm* ist, desto größer auch die Kosten sind.

Der Vergleich der verschiedenen Modellannahmen ergibt, dass die Kosten bei vollständiger Instandhaltung höher liegen als bei partieller Instandhaltung, bei serieller höher als bei paralleler Instandhaltung und bei Rüstverlust höher als bei Rüsterhalt.

Im GLMSP werden Rüst-, Produktions- und Instandhaltungsmaßnahmen simultan geplant. Um die Vorteile einer solchen simultanen Planung aufzuzeigen, sollen die Ergebnisse mit zwei anderen, nicht-simultanen Ansätzen verglichen werden. Diese spiegeln zum Teil die übliche Vorgehensweise separater Produktions- und



### Instandhaltungsplanung in der Industrie wider.

Die Gemeinsamkeit der beiden nicht-simultanen Ansätze besteht darin, dass im ersten Schritt Entscheidungen über die Produktion unter der Annahme getroffen werden, dass eine Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente nicht existiert ( $a_k = 0, \forall k$ ). Durch diese Annahme sind Instandhaltungsmaßnahmen nicht notwendig und werden folglich in der Planung nicht berücksichtigt.

Für die Lösung des Problems wird die gleiche Vorgehensweise wie beim simultanen Modell verwendet, indem die Modelle der beiden nicht-simultanen Ansätze zunächst mit der Fix&Optimize-Heuristik gelöst werden. Die Lösung wird dann an CPLEX weitergegeben, um gegebenenfalls eine Verbesserung zu erreichen. Die jeweils gefundene Lösung beinhaltet ein Rüstmuster und festgelegte Produktionsmengen je Mikroperiode.

Im zweiten Schritt wird die zuvor getroffene Annahme des Nichtvorhandenseins von Abnutzung ( $a_k = 0, \forall k$ ) aufgehoben und ein Instandhaltungsplan generiert, der mit den im ersten Schritt getroffenen Entscheidungen über die Produktion kompatibel ist. Für diesen zweiten Schritt wird auf die Verwendung der Fix&Optimize-Heuristik verzichtet, da aufgrund des bereits im ersten Schritt festgelegten Rüstmusters nur noch Binärvariablen für die Instandhaltung zu optimieren sind.

Das verbleibende Optimierungsproblem wurde direkt mit CPLEX gelöst. CPLEX wurde dafür wieder eine Stunde für jede Testinstanz von Problemklasse A und zehn Stunden für jede Testinstanz von Problemklasse B gegeben.

Im ersten alternativen nicht-simultanen Ansatz, auch sequentieller Ansatz (SA) genannt, wird im zweiten Schritt nur das Rüstmuster aus dem ersten Schritt beibehalten, also die Werte der Binärvariablen  $\delta_{kt}$  and  $\omega_{kt}$ . Gegeben dieses Rüstmuster, werden dann simultan Werte für alle instandhaltungsbezogenen Variablen sowie neue, compatible Werte für die Produktions-, Lagerbestands- und Fremdbezugsmengen bestimmt. Diesen Ansatz kann man auch als teilweise Koordination zwischen Produktions- und Instandhaltungsentscheidungen ansehen.

Im zweiten alternativen nicht-simultanen Ansatz, auch unabhängiger Ansatz (UA) genannt, werden im zweiten Schritt das Rüstmuster und die Lagerbestandsmengen  $I_{kt}$  aus dem ersten Schritt beibehalten. Außerdem wird versucht die Produktionsmengen aus dem ersten Schritt in der Weise beizubehalten, dass sie mit den notwendigen, zu planenden Instandhaltungsmaßnahmen kompatibel sind.

Allerdings können die Instandhaltungsmaßnahmen aufgrund der Kapazitätsrestriktionen nicht einfach ergänzt werden für die gegebenen Produktionsmengen

$Q_{kt}^1$  und  $Q_{kt}^2$  aus dem ersten Schritt, es sei denn, es existiert ausreichend freie Kapazität in der entsprechenden Periode. Aus diesem Grund wird auf Basis der Ergebnisse des ersten Schritts der Parameter  $Q_{kt}^{fix,S1}$ , der die gesamte Produktionsmenge für Produkt  $k$  in Periode  $t$  angibt, wie folgt berechnet:

$$Q_{kt}^{fix,S1} := Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.118)$$

Im zweiten Schritt wird die Nebenbedingung (4.119) dem Modell hinzugefügt, welche die Neuberechnung der Produktionsmengen  $Q_{kt}^1$  und  $Q_{kt}^2$  erlaubt, und, wenn erforderlich, teilweise die Produktionsmengen durch eine zusätzliche Fremdbezugsmenge  $X_{kt}^{add}$  ersetzt:

$$Q_{kt}^{fix} = Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 + X_{kt}^{add} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (4.119)$$

Auf diese Weise wird sichergestellt, dass die Lagerbestandsmengen im zweiten Schritt nicht verändert werden. Der zusätzliche Fremdbezug  $X_{kt}^{add}$  wird ebenfalls mit Fremdbezugskosten  $ce$  in der Zielfunktion bestraft. In der Lösung des zweiten Schritts sind die neu berechneten Produktionsmengen  $Q_{kt}^1$  und  $Q_{kt}^2$  kompatibel mit den Instandhaltungsmaßnahmen.

Sowohl der sequentielle Ansatz (SA) als auch der unabhängige Ansatz (UA) verursachen einen höheren Fremdbezug. Da dieser Fremdbezug bestraft wird, steigen die entsprechenden Zielfunktionswerte an. Mit  $Z^{SA}$  and  $Z^{UA}$  werden die jeweiligen Zielfunktionswerte der beiden alternativen Planungsansätze bezeichnet.

Die relative Abweichung der besten gefundenen Lösung von der besten gefundenen Lösung des simultanen Ansatzes für jede Testinstanz wird für die beiden nicht-simultanen Ansätze wie folgt berechnet:

$$\text{AbwBestLsg}^{SA} = \frac{Z^{SA} - Z^{best}}{Z^{best}}, \quad (4.120)$$

$$\text{AbwBestLsg}^{UA} = \frac{Z^{UA} - Z^{best}}{Z^{best}}. \quad (4.121)$$

Sie verdeutlicht in welchem Ausmaß die Kosten steigen aufgrund des höheren Fremdbezugs, der sich ergibt, wenn Rüst-, Produktions- und Instandhaltungsmaßnahmen nicht gleichzeitig koordiniert werden.

In Tabelle 4.4 und 4.5 werden die relativen Kostensteigerungen für den sequentiellen Ansatz (4.120) und den unabhängigen Ansatz (4.121) angegeben zusammen

mit dem prozentualen Anteil an Fremdbezug bezogen auf die Gesamtnachfrage.

Im Durchschnitt liegen die Kosten beim sequentiellen Ansatz (SA) und beim unabhängigen Ansatz (UA) um 1093,57 % bzw. 1759,55 % für Problemklasse A und 118,16 % bzw. 235,26 % für Problemklasse B höher als beim simultanen Ansatz, sogar wenn nur ein kleiner Teil der Nachfrage 3,49 % bzw. 5,54 % für Problemklasse A und 0,62 % bzw. 0,76 % für Problemklasse B durch Fremdbezug bedient wird. Dies liegt an den hohen Strafkosten  $ce$  für den Fremdbezug.

Der Kostenzuwachs für Problemklasse A ist deutlich höher als für Problemklasse B. Dies liegt daran, dass in Problemklasse B die Anzahl der Produkte und Perioden deutlich höher ist, was zu einem größeren Lösungsraum und mehr Möglichkeiten führt, Instandhaltungsmaßnahmen in einen schon teilweise geplanten Produktionsplan einzufügen.

Auch fällt der Kostenzuwachs beim unabhängigen Ansatz (UA) für beide Problemklassen höher aus als beim sequentiellen Ansatz (SA), was zu erwarten war.

Im Hinblick auf Problemklasse A fällt auf, dass im Fall einer längeren Zeit zwischen zwei Instandhaltungen ( $TBM = 2$ ) fast kein Fremdbezug benötigt wird, was damit zu begründen ist, dass insgesamt weniger Instandhaltungsmaßnahmen über den vorgegebenen Zeitraum einzuplanen sind, was ebenfalls zu einem größeren Lösungsraum führt.

Dieser Effekt ist für Problemklasse B allerdings nicht zu beobachten, da hier generell der durchschnittliche Fremdbezug sehr gering ist.

Tabelle 4.4: Numerische Ergebnisse für Problemlasse A des GLMSP

|                      | #   | F&O-Heuristik |              |             | CPLEX        |             | DabwCp <sub>1</sub> | DBest <sub>1</sub> sg | Sequentieller Ansatz            |                     | Unabhängiger Ansatz             |                     |
|----------------------|-----|---------------|--------------|-------------|--------------|-------------|---------------------|-----------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------------------|---------------------|
|                      |     | TI            | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                     |                       | DabwBest <sub>1</sub> sg<br>(%) | DFremdbezug*<br>(%) | DabwBest <sub>1</sub> sg<br>(%) | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI              | 576 | 94,97         | 3,18         | 2106,49     | 2,72         | 0,44        | 7319,69             | 1093,57               | 3,49                            | 1759,55             | 5,54                            |                     |
| $tm^{rel} = 0,5$     | 192 | 99,18         | 3,23         | 2271,82     | 2,87         | 0,35        | 7325,38             | 1014,08               | 3,24                            | 1628,83             | 5,16                            |                     |
| $tm^{rel} = 1$       | 192 | 95,00         | 3,22         | 1982,58     | 2,66         | 0,54        | 7320,28             | 995,79                | 3,18                            | 1599,79             | 5,06                            |                     |
| $tm^{rel} = 2$       | 192 | 90,73         | 3,10         | 2065,08     | 2,64         | 0,44        | 7313,42             | 1270,84               | 4,04                            | 2050,04             | 6,40                            |                     |
| TBM=0,5              | 288 | 121,67        | 3,58         | 2525,10     | 3,01         | 0,54        | 8115,73             | 2185,02               | 6,97                            | 3398,41             | 10,74                           |                     |
| TBM=2                | 288 | 68,28         | 2,79         | 1687,89     | 2,43         | 0,35        | 6523,66             | 2,12                  | 0,01                            | 120,69              | 0,33                            |                     |
| $\beta = 1, pm = 1$  | 144 | 73,26         | 1,27         | 1075,13     | 0,83         | 0,43        | 7112,84             | 1040,67               | 3,28                            | 1572,11             | 4,92                            |                     |
| $\beta = 1, pm = 5$  | 144 | 75,77         | 1,35         | 1083,88     | 0,97         | 0,37        | 7115,85             | 1053,51               | 3,32                            | 1654,03             | 5,18                            |                     |
| $\beta = 1, pm = 20$ | 144 | 165,24        | 3,94         | 2934,16     | 3,56         | 0,37        | 7232,57             | 1105,43               | 3,49                            | 1929,14             | 6,03                            |                     |
| $\beta = 0$          | 144 | 65,62         | 6,17         | 3332,80     | 5,51         | 0,62        | 7817,52             | 1174,67               | 3,86                            | 1882,93             | 6,03                            |                     |
| $cm^{rel} = 0,5$     | 192 | 96,56         | 4,04         | 2140,98     | 3,42         | 0,59        | 4864,34             | 1506,71               | 3,49                            | 2428,67             | 5,54                            |                     |
| $cm^{rel} = 1$       | 192 | 95,36         | 3,22         | 2078,63     | 2,75         | 0,45        | 6708,21             | 1081,13               | 3,49                            | 1738,85             | 5,54                            |                     |
| $cm^{rel} = 2$       | 192 | 93,00         | 2,29         | 2099,87     | 1,98         | 0,30        | 10386,53            | 692,87                | 3,49                            | 1111,13             | 5,54                            |                     |
| gleiche $a_k$        | 288 | 88,92         | 3,35         | 2115,10     | 2,95         | 0,38        | 7335,77             | 1244,37               | 3,98                            | 1897,47             | 5,99                            |                     |
| ungleiche $a_k$      | 288 | 101,02        | 3,02         | 2097,89     | 2,49         | 0,51        | 7303,62             | 942,77                | 2,99                            | 1621,64             | 5,09                            |                     |
| MOD 1/1/1            | 108 | 90,44         | 1,10         | 1138,75     | 0,81         | 0,29        | 7061,81             | 334,92                | 1,00                            | 841,03              | 2,51                            |                     |
| MOD 1/1/0            | 108 | 64,47         | 1,22         | 815,18      | 0,94         | 0,28        | 7052,18             | 129,86                | 0,39                            | 664,47              | 1,98                            |                     |
| MOD 1/0/1            | 36  | 58,62         | 5,19         | 3600,07     | 4,63         | 0,54        | 7681,54             | 525,05                | 1,61                            | 1188,02             | 3,58                            |                     |
| MOD 1/0/0            | 36  | 74,91         | 5,55         | 3600,05     | 5,15         | 0,39        | 7652,84             | 277,05                | 0,84                            | 922,13              | 2,75                            |                     |
| MOD 0/1/1            | 108 | 133,36        | 3,46         | 2413,90     | 2,78         | 0,65        | 7263,43             | 1966,49               | 6,26                            | 2684,22             | 8,53                            |                     |
| MOD 0/1/0            | 108 | 130,76        | 2,97         | 2423,08     | 2,62         | 0,34        | 7237,60             | 1834,88               | 5,80                            | 2683,98             | 8,48                            |                     |
| MOD 0/0/1            | 36  | 72,63         | 7,12         | 2974,12     | 6,27         | 0,78        | 8010,13             | 2032,47               | 6,84                            | 2776,95             | 9,18                            |                     |
| MOD 0/0/0            | 36  | 56,32         | 6,84         | 3156,98     | 6,01         | 0,76        | 7925,57             | 1864,12               | 6,16                            | 2644,64             | 8,61                            |                     |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2359 Mengeneinheiten)

Tabelle 4.5: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B des GLMSP

|                     | #<br>TI | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|---------------------|---------|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                     |         | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI             | 576     | 2694,39       | 31,48       | 36647,21     | 31,31       | 0,12           | 69776,61 |                      |                     |                     |                     |
| $tm^{rel} = 0,5$    | 192     | 2656,14       | 31,95       | 36681,82     | 31,78       | 0,12           | 69890,72 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 192     | 2697,71       | 31,50       | 37017,94     | 31,32       | 0,13           | 69779,37 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 192     | 2729,32       | 31,00       | 36241,87     | 30,84       | 0,12           | 69659,75 |                      |                     |                     |                     |
| TBM=0.5             | 288     | 2913,59       | 30,89       | 36909,80     | 30,65       | 0,18           | 73694,86 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 288     | 2475,20       | 32,08       | 36384,63     | 31,98       | 0,07           | 65858,37 |                      |                     |                     |                     |
| $\beta = 1, pm = 1$ | 144     | 2436,06       | 30,74       | 37017,02     | 30,69       | 0,04           | 69409,18 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 144     | 2543,27       | 31,19       | 36455,10     | 31,15       | 0,03           | 69441,97 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 144     | 2716,29       | 30,45       | 36664,33     | 30,39       | 0,04           | 69534,10 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 144     | 3081,95       | 33,54       | 36452,40     | 33,02       | 0,38           | 70721,21 |                      |                     |                     |                     |
| $cm^{rel} = 0,5$    | 192     | 2703,18       | 47,39       | 37062,20     | 47,13       | 0,17           | 46200,94 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 192     | 2695,21       | 29,85       | 36239,35     | 29,71       | 0,11           | 63882,54 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 192     | 2684,79       | 17,21       | 36640,09     | 17,09       | 0,10           | 99246,36 |                      |                     |                     |                     |
| gleiche $a_k$       | 288     | 2714,75       | 31,48       | 37065,46     | 31,29       | 0,13           | 69780,23 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 288     | 2674,03       | 31,49       | 36228,97     | 31,33       | 0,12           | 69773,00 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 1/1/1           | 108     | 2196,21       | 33,01       | 36451,25     | 32,94       | 0,05           | 69492,96 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 108     | 2710,52       | 31,35       | 36530,85     | 31,29       | 0,04           | 69384,62 |                      |                     |                     |                     |
|                     | 36      | 2840,47       | 33,48       | 36356,98     | 33,15       | 0,25           | 70016,59 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 1/0/0           | 36      | 3086,48       | 34,80       | 36533,68     | 33,91       | 0,64           | 70534,38 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 0/1/1           | 108     | 2459,45       | 30,06       | 37669,15     | 30,01       | 0,04           | 69540,57 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 0/1/0           | 108     | 2894,64       | 28,76       | 36197,34     | 28,72       | 0,03           | 69428,84 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 0/0/1           | 36      | 3201,04       | 33,45       | 36452,59     | 33,09       | 0,27           | 70988,10 |                      |                     |                     |                     |
| MOD 0/0/0           | 36      | 3199,81       | 32,44       | 36466,37     | 31,95       | 0,37           | 71345,77 |                      |                     |                     |                     |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (20205 Mengeneinheiten)



## **5 Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodelle bei mehreren verschleißbehafteten Komponenten oder nichtlinearer Abnutzungsfunktion**

### **5.1 Erweiterung des GLMSP um mehrere verschleißbehaftete Komponenten einer Ressource**

#### **5.1.1 Modellannahmen zur Implementierung von mehreren verschleißbehafteten Komponenten einer Ressource**

Um mehrere verschleißbehaftete Komponenten zu betrachten, müssen die folgenden zusätzlichen Annahmen I18 bis I20 bezüglich der Instandhaltung getroffen werden:<sup>38</sup>

- I18 Es werden  $m = 1, \dots, M$  verschiedene verschleißbehaftete Komponenten betrachtet.
- I19 Es gibt drei verschiedene Varianten, wie die Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponenten durchgeführt werden kann.
  - In Variante 1 werden alle Komponenten nacheinander instand gehalten, so dass sich die Instandhaltungszeiten aufaddieren.
  - In Variante 2 werden alle Komponenten gleichzeitig instand gehalten, so dass die Gesamtinstandhaltungszeit dem Maximum der einzelnen Instandhaltungszeiten entspricht.
  - In Variante 3 werden alle Komponenten ebenfalls zur gleichen Zeit instand

---

<sup>38</sup> Die Annahmen P1 bis P8 und I1 bis I17 aus Kapitel 4 gelten weiterhin.

gehalten. Die Gesamtinstandhaltungszeit ist aber als Maximum der einzelnen Instandhaltungszeiten plus der zusätzlichen Zeit, die sich aus der Hälfte des Durchschnitts der Instandhaltungszeiten ergibt, definiert.

- I20 Bei den Varianten 2 und 3 können maximal  $m^{\max}$  verschleißbehaftete Komponenten gleichzeitig instand gehalten werden.

Die ergänzende Notation, die im in Abschnitt 5.1.2 vorgestellten Modell verwendet wird, um die zusätzlichen Instandhaltungsannahmen I18 bis I20 abzubilden, lautet wie folgt:

### Indizes und Mengen

$m \in \mathcal{M}$  Menge der verschleißbehafteten Komponenten der Ressource,  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$

### Parameter

$m^{\max}$  Maximale Anzahl an Komponenten, die gleichzeitig instand gesetzt werden können

### Binärvariablen

$$v_{mt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine serielle Instandhaltung von Komponente } m \text{ vor} \\ & \text{der Produktion der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{mt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine serielle Instandhaltung von Komponente } m \text{ vor} \\ & \text{der Produktion der Menge } Q_{kt}^2 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

### reellwertige Entscheidungsvariablen

$T_t^{p1}$  Gesamtzeit für die serielle Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$

$T_t^{p2}$  Gesamtzeit für die serielle Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^2$

$T_t^{v1}$  Gesamtzeit für die vollständige Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^1$

$T_t^{v2}$  Gesamtzeit für die vollständige Instandhaltung mehrerer Komponenten vor der Produktion der Menge  $Q_{kt}^2$



Durch die Erweiterung um mehrere verschleißbehaftete Komponenten müssen alle, die verschleißbehaftete Komponente aus Kapitel 4 betreffenden, Parameter und Variablen um den Index  $m$  ergänzt werden. Daraus ergibt sich folgende geänderte Notation:

### Parameter

|          |  |
|----------|--|
| $a_{mk}$ | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente $m$ der Ressource pro produzierter Mengeneinheit |
| $tm_m$   | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung von Komponente $m$ benötigt wird               |
| $tv_m$   | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung von Komponente $m$ benötigt wird                |

### Binärvariablen

|              |   |
|--------------|---|
| $\mu_{mt}^1$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung von Komponente } m \\ & \text{vor der Produktion der Menge } Q_{kt}^1 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ |
| $\mu_{mt}^2$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung von Komponente } m \\ & \text{vor der Produktion der Menge } Q_{kt}^2 \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ |

### reellwertige Entscheidungsvariablen

|             |  |
|-------------|--|
| $S_{mt}^1$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$        |
| $S_{mt}^2$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$       |
| $S_{mt}^3$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$        |
| $S_{mt}^4$  | Zustand der verschleißbehafteten Komponente $m$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$       |
| $SI_{mt}^1$ | Zustandserhöhung von Komponente $m$ durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ |
| $SI_{mt}^2$ | Zustandserhöhung von Komponente $m$ durch eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ |

**ganzzahlige Entscheidungsvariablen**

|            |   |
|------------|---|
| $U_{mt}^1$ | Menge an partieller Instandhaltung von Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ |
| $U_{mt}^2$ | Menge an partieller Instandhaltung von Komponente $m$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ |

### 5.1.2 Modellformulierung des generellen kapazitierten Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblems für eine Ressource mit mehreren verschleißbehafteten Komponenten (GLMSP-MC)

Mit der in Kapitel 4 und auf den Seiten 72 ff. vorgestellten Notation kann das generelle kapazitierte Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblem für eine Ressource mit mehreren verschleißbehafteten Komponenten (**GLMSP-MC**<sup>39</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

Die Zielfunktion (5.1) minimiert die Gesamtkosten, die aus den Lagerkosten am Ende einer Makroperiode, den Rüstkosten, den Fremdbezugskosten und den Kosten für die partielle bzw. vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponenten besteht.

$$\begin{aligned}
 \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}} (c_{ik} \cdot I_{kt} + c_{ek} \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{sk} \cdot \delta_{kt}) \\
 & + \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \beta \cdot c_m \cdot (\alpha \cdot U_{mt}^1 + U_{mt}^2) \right. \\
 & \left. + (1 - \beta) \cdot c_v \cdot (\alpha \cdot \mu_{mt}^1 + \mu_{mt}^2) \right)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Die Lagerbilanzgleichungen (5.2), die Produktionsbedingungen (5.3) und (5.4) sowie die Rüst- und Rüstübertragungsbedingungen (5.5) und (5.6) haben sich gegenüber dem GLMSP aus Kapitel 4 nicht verändert.

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2 - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \tag{5.2}$$

$$Q_{kt}^1 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \tag{5.3}$$

<sup>39</sup> Engl. General Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Multiple Components.

$$Q_{kt}^2 \leq \frac{c_\tau}{tp_k} \cdot \omega_{kt} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.4)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \leq 1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.5)$$

$$\delta_{kt} \geq \omega_{kt} - \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.6)$$

Die folgenden Restriktionen (5.7) und (5.8) sind die an die Instandhaltungsvarianten angepassten Kapazitätsrestriktionen.

$$\sum_{t \in \mathcal{T} \mathcal{P}_\tau} C_t \leq c_\tau \quad \tau \in \mathcal{P} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_k \cdot (Q_{kt}^1 + Q_{kt}^2) + ts_k \cdot \delta_{kt}) + \beta \cdot (\alpha \cdot T_t^{p1} + T_t^{p2}) \\ & + (1 - \beta) \cdot (\alpha \cdot T_t^{v1} + T_t^{v2}) = C_t + (1 - \gamma) \cdot CB_t \end{aligned} \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.8)$$

Die Kapazitätsbedingungen (5.7) stellen sicher, dass die in jeder Makroperiode verfügbare Zeit nicht überschritten wird.

Die Restriktionen (5.8) bestimmen die benötigte Kapazität  $C_t$  in jeder Mikroperiode  $t$ . Diese ergibt sich aus den Produktions- und Rüstzeiten sowie aus den benötigten Zeiten für die Instandhaltung.

Die Restriktionen (5.9) bis (5.12) verfolgen den Zustand jeder einzelnen verschleißbehafteten Komponente  $m$ . Sie verbinden die Zustandsvariablen  $S_{mt}^1$  bis  $S_{mt}^4$  und berücksichtigen die jeweilige individuelle Abnutzung  $a_{mk}$  und Instandhaltungsmaßnahme.

$$S_{m,t-1}^4 + \alpha \cdot (\beta \cdot pm \cdot U_{mt}^1 + (1 - \beta) \cdot SI_{mt}^1) = S_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.9)$$

$$S_{mt}^1 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_{mk} \cdot Q_{kt}^1 = S_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.10)$$

$$S_{mt}^2 + \beta \cdot pm \cdot U_{mt}^2 + (1 - \beta) \cdot SI_{mt}^2 = S_{mt}^3 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.11)$$

$$S_{mt}^3 - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_{mk} \cdot Q_{kt}^2 = S_{mt}^4 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.12)$$

Die Restriktionen (5.13) bis (5.16) stellen im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) sicher, dass der Zustand jeder verschleißbehafteten Komponente  $m$  nach einer Instandhaltungsmaßnahme gleich  $s^{\max}$  ist.

$$S_{mt}^1 \geq s^{\max} \cdot \mu_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.13)$$

$$SI_{mt}^1 \leq s^{\max} \cdot \mu_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.14)$$

$$S_{mt}^3 \geq s^{\max} \cdot \mu_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (5.15)$$

$$SI_{mt}^2 \leq s^{\max} \cdot \mu_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (5.16)$$

Die Restriktionen (5.17) und (5.18) bestimmen im Fall von paralleler Instandhaltung ( $\gamma = 0$ ) den Kapazitätsbonus  $CB_t$ , der gewonnen wird.

$$CB_t \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} ts_k \cdot \delta_k \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (5.17)$$

$$CB_t \leq \beta \cdot T_t^{p2} + (1 - \beta) \cdot T_t^{v2} \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (5.18)$$

Nur im Fall eines Rüstverlustes ( $\alpha = 0$ ) finden die Restriktionen (5.19) Anwendung. Sie stellen sicher, dass nach einer Instandhaltungsmaßnahme erst ein Rüstvorgang stattfindet, bevor die Produktion fortgesetzt werden kann.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_{kt} + 1 \geq \beta \cdot \sum_{m \in \mathcal{M}} \frac{pm \cdot U_{mt}^2}{M \cdot s^{\max}} + (1 - \beta) \cdot \sum_{m \in \mathcal{M}} \frac{\mu_{mt}^2}{M} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 0 \quad (5.19)$$

Die Restriktionen (5.20) bis (5.23) finden nur Anwendung, wenn die Instandhaltungsvariante 1 betrachtet wird, bei der alle Komponenten nacheinander instand gehalten werden, sodass die Instandhaltungszeiten aufaddiert werden.

$$T_t^{p1} = \sum_{m \in \mathcal{M}} tm_m \cdot U_{mt}^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1, \text{Variante 1} \quad (5.20)$$

$$T_t^{p2} = \sum_{m \in \mathcal{M}} tm_m \cdot U_{mt}^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 1, \text{Variante 1} \quad (5.21)$$

$$T_t^{v1} = \sum_{m \in \mathcal{M}} tv_m \cdot \mu_{mt}^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0, \text{Variante 1} \quad (5.22)$$

$$T_t^{v2} = \sum_{m \in \mathcal{M}} tv_m \cdot \mu_{mt}^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0, \text{Variante 1} \quad (5.23)$$

Die Gleichungen (5.20) und (5.21) bestimmen die Zeit, die für die durchgeführten Instandhaltungsmaßnahmen benötigt wird, wenn partielle Instandhaltung betrachtet wird.

Die Gleichungen (5.22) und (5.23) gelten für den Fall von vollständiger Instandhaltung. In allen vier Gleichungen wird die Summe über alle durchgeführten Instandhaltungsmaßnahmen gebildet, die dann als benötigte Instandhaltungszeit in den Kapazitätsrestriktionen (5.8) berücksichtigt wird.

Die Restriktionen (5.24) bis (5.27) finden nur Anwendung, wenn die Instandhaltungsvariante 2 betrachtet wird, bei der alle Komponenten gleichzeitig instand gehalten werden, sodass die Gesamtinstandhaltungszeit dem Maximum der einzelnen Instandhaltungszeiten entspricht.

$$T_t^{p1} \geq tm_m \cdot U_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1, \text{Variante 2} \quad (5.24)$$

$$T_t^{p2} \geq tm_m \cdot U_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 1, \text{Variante 2} \quad (5.25)$$

$$T_t^{v1} \geq tv_m \cdot \mu_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0, \text{Variante 2} \quad (5.26)$$

$$T_t^{v2} \geq tv_m \cdot \mu_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0, \text{Variante 2} \quad (5.27)$$

Die Gleichungen (5.24) bis (5.27) bestimmen die Zeit, die für die geplanten Instandhaltungsmaßnahmen benötigt wird, wobei die Gesamtinstandhaltungszeit jeweils der längsten geplanten Instandhaltungsmaßnahme entspricht.

Die Restriktionen (5.28) bis (5.31) finden nur Anwendung, wenn die Instandhaltungsvariante 3 betrachtet wird, bei der alle Komponenten gleichzeitig instand gehalten werden. Die Gesamtinstandhaltungszeit ist aber, abweichend zu Variante 2, als Maximum der einzelnen Instandhaltungszeiten plus der zusätzlichen Zeit, die sich aus der Hälfte des Durchschnitts aller Instandhaltungszeiten ergibt, definiert.

$$T_t^{p1} \geq tm_m \cdot U_{mt}^1 + \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \frac{tm_{m'} \cdot U_{m't}^1}{2 \cdot m^{\max}} \right) \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1, \text{Variante 3} \quad (5.28)$$

$$T_t^{p2} \geq tm_m \cdot U_{mt}^2 + \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \frac{tm_{m'} \cdot U_{m't}^2}{2 \cdot m^{\max}} \right) \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 1, \text{ Variante 3} \quad (5.29)$$

$$T_t^{v1} \geq tv_m \cdot \mu_{mt}^1 + \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \frac{tv_{m'} \cdot \mu_{m't}^1}{2 \cdot m^{\max}} \right) \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0, \text{ Variante 3} \quad (5.30)$$

$$T_t^{v2} \geq tv_m \cdot \mu_{mt}^2 + \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \frac{tv_{m'} \cdot \mu_{m't}^2}{2 \cdot m^{\max}} \right) \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0, \text{ Variante 3} \quad (5.31)$$

Die Gleichungen (5.28) bis (5.31) bestimmen die Zeit, die für die geplanten Instandhaltungsmaßnahmen benötigt wird, wobei die Gesamtinstandhaltungszeit jeweils der längsten geplanten Instandhaltungsmaßnahme plus der Hälfte des Durchschnitts aller geplanten Instandhaltungsmaßnahmen über alle maximal möglichen Instandhaltungen  $m^{\max}$  entspricht.

Restriktionen (5.32) bis (5.37) begrenzen bei den Varianten 2 und 3 die gleichzeitige Instandhaltung auf maximal  $m^{\max}$  verschleißbehaftete Komponenten.

$$\frac{pm}{s^{\max}} \cdot U_{mt}^1 \leq v_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.32)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} v_{mt}^1 \leq m^{\max} \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.33)$$

$$\frac{pm}{s^{\max}} \cdot U_{mt}^2 \leq v_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, \beta = 1, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.34)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} v_{mt}^2 \leq m^{\max} \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 1, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.35)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \mu_{mt}^1 \leq m^{\max} \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.36)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \mu_{mt}^2 \leq m^{\max} \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0, \text{ Varianten 2 und 3} \quad (5.37)$$

Die Restriktionen (5.38) und (5.39) stellen sicher, dass der Zustand aller verschleißbehafteten Komponenten immer im Intervall  $[s^{\min}, s^{\max}]$  liegt.

$$S_{mt}^1, S_{mt}^2, S_{mt}^3, S_{mt}^4 \leq s^{\max} \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.38)$$

$$s^{\min} \leq S_{mt}^1, S_{mt}^2, S_{mt}^3, S_{mt}^4 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.39)$$

Die Bedingungen (5.40) bis (5.45) geben den Anfangszustand aller verschleißbehafteten Komponenten der Ressource, den Anfangslagerbestand und den Rüstzustand der Ressource an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_{m0} = s^{\max} \quad m \in \mathcal{M} \quad (5.40)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.41)$$

$$\omega_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.42)$$

$$C_t, CB_t, I_{kt}, Q_{kt}^1, Q_{kt}^2, S_{mt}^1, S_{mt}^2, S_{mt}^3, S_{mt}^4, SI_{mt}^1, SI_{mt}^2, T_t^{p1}, T_t^{p2}, T_t^{v1}, T_t^{v2}, X_{kt} \geq 0 \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.43)$$

$$U_{mt}^1, U_{mt}^2 \in \mathbb{N}_0 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5.44)$$

$$\delta_{kt}, \omega_{kt}, \mu_{mt}^1, \mu_{mt}^2, v_{mt}^1, v_{mt}^2 \in \{0, 1\} \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.45)$$

Die Gleichungen (5.40) legen den Zustand aller verschleißbehafteten Komponenten am Anfang der ersten Mikroperiode auf  $s^{\max}$  fest.

Die Gleichungen (5.41) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts auf Null.

Restriktionen (5.43) bis (5.45) sind die Nichtnegativitäts-, Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen des Modells.

Tabelle 5.1: Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-MC

| Problemklasse | $K$ | $T$ | $P = T/K$ | $M$ | #TI |
|---------------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| A1            | 5   | 25  | 5         | 5   | 160 |
| A2            | 5   | 25  | 5         | 10  | 160 |
| B1            | 10  | 100 | 10        | 5   | 160 |
| B2            | 10  | 100 | 10        | 10  | 160 |

### 5.1.3 Numerische Untersuchungen

#### 5.1.3.1 Beschreibung der Testinstanzen

Für die numerischen Untersuchungen werden vier Problemklassen definiert, die sich in der Anzahl der Produkte, Perioden und verschleißbehafteten Komponenten unterscheiden, vergleiche Tabelle 5.1.

Für jede der acht möglichen Kombinationen von Instandhaltungsfällen ( $\alpha/\beta/\gamma$ ) und jede Klasse werden, wie auch beim GLMSP, (künstliche) Testinstanzen definiert, in dem systematisch einzelne Parameter des Modells variiert werden. Dies ergibt insgesamt 640 Testinstanzen.

Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die verschiedenen Parameterwerte für die Testinstanzen der Problemklassen.

Die generierten Nachfragewerte für die Problemklassen A1 und A2 bzw. B1 und B2 sind jeweils in den Tabellen B.3 und B.4 im Anhang B.2 zu finden.

Die Generierung der Parameter für die Testinstanzen erfolgt auf die gleiche Weise wie beim GLMSP<sup>40</sup> mit den folgenden Änderungen:

Es werden zwei verschiedene Abnutzungsfälle betrachtet. Im ersten Fall (i) verursachen alle Produkte die gleiche Abnutzung  $a_m$  auf der jeweiligen verschleißbehafteten Komponente. Im zweiten Fall (ii) haben alle Produkte eine unterschiedliche Abnutzung  $a_{mk}$  auf der jeweiligen verschleißbehafteten Komponente. Die Abnutzungsparameter für die beiden Fälle ergeben sich dann jeweils wie folgt:

$$(i) \quad a_{mk} = a_m = \left( \frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1} \right) \cdot a \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}, \quad (5.46)$$

$$(ii) \quad a_{mk} = \left( \frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1} \right) \cdot \left( \frac{a}{2} + \frac{a}{K-1} \cdot (k-1) \right) \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}. \quad (5.47)$$

<sup>40</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.1 auf Seite 48 ff.



Tabelle 5.2: Parameter für die Testinstanzen des GLMSP-MC

|   |            |       |  |
|---|------------|-------|--|
| Problemklasse   | $PK$       | $\in$ | $\{A1, A2, B1, B2\}$                       |
| Variationskoeffizient der Nachfrage   | $VKN$      | $=$   | 0,3  |
| Dauer eines Produktionszyklus in Makroperioden (time between orders)  | $TBO$      | $=$   | 2  |
| Zeit (Makroperioden) zwischen zwei aufeinanderfolgenden Instandhaltungsmaßnahmen (time between maintenance)   | $TBM$      | $\in$ | $\{0, 5; 2\}$                              |
| Kapazitätsauslastung  | $Kapa$     | $=$   | 0,9  |
| Rüstzeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Produktionszeit in einer Makroperiode                    | $ts^{rel}$ | $=$   | 0,15                                       |
| Instandhaltungszeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüstzeit in einer Makroperiode                | $tm^{rel}$ | $=$   | 1  |
| Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung  | $pm$       | $=$   | 1  |
| Instandhaltungskosten als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten in einer Makroperiode | $cm^{rel}$ | $=$   | 1  |
| Maximale Anzahl an Komponenten, die gleichzeitig instand gesetzt werden können                                | $m^{\max}$ | $\in$ | $\{\lceil M/2 \rceil; \lceil M/3 \rceil\}$ |
| Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE   | $ci_k$     | $=$   | 1  |
| Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$   | $tp_k$     | $=$   | 1  |
| Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponenten   | $s^{\min}$ | $=$   | 0  |
| Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponenten   | $s^{\max}$ | $=$   | 100  |
| Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE  | $ce_k$     | $=$   | 1000                                       |

Die durchschnittliche Abnutzung der verschleißbehafteten Komponenten der Resource  $\overline{awr}$  pro Makroperiode über alle Produkte ist

$$\overline{awr} = \sum_{k \in K} \sum_{m \in \mathcal{M}} (\overline{d}_k \cdot a_{mk}). \quad (5.48)$$

Setzt man Gleichung (5.46) bzw. Gleichung (5.47) in Gleichung (5.48) ein, ergibt sich jeweils:

$$(i) \quad \overline{awr} = a \cdot M \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k}, \quad (5.49)$$

$$(ii) \quad \overline{awr} = a \cdot M \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} \cdot \frac{k-1}{K-1} \right). \quad (5.50)$$

Gegeben die Zeit zwischen zwei Instandhaltungsmaßnahmen  $TBM$  und den Maximalzustand jeder verschleißbehafteten Komponente der Ressource  $s^{\max}$ , kann man die durchschnittliche Abnutzung der Ressource  $\overline{awr}$  über alle Komponenten pro Makroperiode auch wie folgt definieren:

$$\overline{awr} = \frac{s^{\max} \cdot M}{TBM}. \quad (5.51)$$

Setzt man Gleichung (5.49) in Gleichung (5.51) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (i):

$$(i) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k}}. \quad (5.52)$$

Ein Einfügen der Gleichung (5.52) in Gleichung (5.46) ergibt die Abnutzungsparameter  $a_{mk}$  der Produkte für den Fall, dass alle Produkte die gleiche Abnutzung auf der jeweiligen verschleißbehafteten Komponente der Ressource verursachen.

Setzt man Gleichung (5.50) in Gleichung (5.51) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (ii):

$$(ii) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k} \cdot \frac{k-1}{K-1} \right)}. \quad (5.53)$$

Fügt man Gleichung (5.53) in Gleichung (5.47) ein, erhält man die Abnutzungsparameter aller Produkte für den Fall, dass die Produkte eine unterschiedliche Abnutzung auf der verschleißbehafteten Komponente der Ressource verursachen.

Im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) beträgt die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  in einer Makroperiode für alle verschleißbehafteten Komponenten

$$\overline{tm} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \overline{d_k} \cdot \sum_{m \in \mathcal{M}} (a_{mk} \cdot \frac{tm_m}{pm}) \right), \quad (5.54)$$

wobei die Instandhaltungszeit von Komponente  $m$   $tm_m$  definiert ist als

$$tm_m = \left( \frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1} \right) \cdot tm \quad m \in \mathcal{M}. \quad (5.55)$$

Die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  wird darüber hinaus als relativer Anteil  $tm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüstzeit  $\overline{ts}$  angenommen:

$$\overline{tm} = tm^{rel} \cdot \overline{ts}. \quad (5.56)$$

Setzt man die Gleichungen (4.84), (5.54) und (5.55) in Gleichung (5.56) ein und löst nach  $tm$  auf, so ergibt sich

$$tm = \frac{tm^{rel} \cdot \overline{ts}^{rel} \cdot pm \cdot \sum_{k=1}^K tp_k \cdot \overline{d_k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d_k} \cdot (\sum_{m \in \mathcal{M}} a_{mk} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1})))}. \quad (5.57)$$

Setzt man diese Gleichung dann in Gleichung (5.55) ein, ergeben sich die Instandhaltungszeiten je Komponente.

Um vergleichbare Testinstanzen zu generieren, wird angenommen, dass die Zeit, die zur Erhöhung des Abnutzungsvorrats der verschleißbehafteten Komponenten benötigt wird, gleich ist für die Fälle von partieller und vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ). Folglich ergibt sich die folgende Relation:

$$\frac{tm}{pm} = \frac{tv}{s^{\max}}. \quad (5.58)$$

Setzt man Gleichung (5.57) in Gleichung (5.58) ein und löst nach  $tv$  auf, ergibt sich die Instandhaltungszeit für eine vollständige Instandhaltung

$$tv = \frac{tm^{rel} \cdot \overline{ts}^{rel} \cdot s^{\max} \cdot \sum_{k=1}^K tp_k \cdot \overline{d_k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d_k} \cdot (\sum_{m \in \mathcal{M}} a_{mk} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1})))}, \quad (5.59)$$

wobei die Instandhaltungszeit von Komponente  $m$   $tv_m$  definiert ist als

$$tv_m = \left( \frac{1}{2} + \frac{m-1}{M-1} \right) \cdot tv. \quad (5.60)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  über alle verschleißbehafteten Komponenten  $m$  pro Makroperiode  $\tau$  betragen im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ )

$$\overline{cm} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \overline{d_k} \cdot \sum_{m \in \mathcal{M}} a_{mk} \cdot \frac{cm}{pm} \right). \quad (5.61)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  werden als relativer Anteil  $cm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten  $\overline{csi}$  angenommen:

$$\overline{cm} = cm^{rel} \cdot \overline{csi}. \quad (5.62)$$

Setzt man Gleichung (5.62) in Gleichung (5.61) ein und löst nach  $cm$  auf, erhält man die Instandhaltungskosten für eine Mengeneinheit partieller Instandhaltung

$$cm = pm \cdot \frac{cm^{rel} \cdot \overline{csi}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\overline{d_k} \cdot \sum_{m \in \mathcal{M}} a_{mk})}. \quad (5.63)$$

Die gleiche Relation, die schon weiter oben für die Instandhaltungszeit verwendet wurde (Gleichung (5.58)), wird auch für die Instandhaltungskosten angenommen. Daraus ergeben sich die Instandhaltungskosten für eine vollständige Instandhaltung als

$$cv = s^{\max} \cdot \frac{cm}{pm}. \quad (5.64)$$

### 5.1.3.2 Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik

Wie bereits in Abschnitt 4.5.2 auf Seite 54 ff. beschrieben, wird eine adaptierte Form der Fix&Optimize-Heuristik verwendet.

Zusätzlich werden für die binären Variablen  $v_{mt}^1$  und  $v_{mt}^2$  für den Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) die disjunkten Untermengen  $\mathcal{T}_v^{fix} \subseteq \mathcal{T}$  und  $\mathcal{T}_v^{opt} \subseteq \mathcal{T}$  eingeführt, um den Anteil an fixierten und zu optimierenden Instandhaltungsvariablen in jedem Unterproblem festzulegen.

Die ergänzende Notation, zu der bereits auf Seite 54 ff. vorgestellten, welche für die Untermodelle benötigt wird, lautet wie folgt:

#### Untermengen

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\mathcal{T}_v^{fix}$ | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$ und $v_{mt}^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{T}_v^{opt}$ | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$ und $v_{mt}^2$ optimiert werden |

#### Parameter

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\overline{v}_{mt}^1$ | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^1$ |
| $\overline{v}_{mt}^2$ | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{mt}^2$ |

Unter Verwendung der zusätzlichen Notation kann das Unterproblem GLMSP-MC-Sub mit den Bedingungen (5.1) bis (5.45) und den folgenden zusätzlichen Bedingungen definiert werden.

$$\delta_{kt} = \bar{\delta}_{kt} \quad (k, t) \in \mathcal{KT}_{\delta}^{fix} \quad (5.65)$$

$$\omega_{kt} = \bar{\omega}_{kt} \quad (k, t) \in \mathcal{KT}_{\omega}^{fix} \quad (5.66)$$

$$\mu_{mt}^1 = \bar{\mu}_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.67)$$

$$\mu_{mt}^2 = \bar{\mu}_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \beta = 0 \quad (5.68)$$

$$v_{mt}^1 = \bar{v}_{mt}^1 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}_v^{fix}, \alpha = 1, \beta = 1 \quad (5.69)$$

$$v_{mt}^2 = \bar{v}_{mt}^2 \quad m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}_v^{fix}, \beta = 1 \quad (5.70)$$

Die zusätzlichen Nebenbedingungen (5.65) bis (5.70) begrenzen die Optimierung der binären Rüstvariablen  $\delta_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ , der binären Rüstzustandsvariablen  $\omega_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$  und der binären partiellen bzw. vollständigen Instandhaltungsvariablen auf die Untermenge  $\mathcal{T}_v^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_v^{fix}$  bzw.  $\mathcal{T}_{\mu}^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_{\mu}^{fix}$ .

Es werden die gleichen Dekompositionsstrategien wie für das GLMSP verwendet, die **produktorientierte Dekomposition (PoD)**, die **ressourcenorientierte Dekomposition (RoD)** sowie zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.<sup>41</sup>

### 5.1.3.3 Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung

Die numerischen Untersuchungen sollen wie auch in Kapitel 4 zwei Hauptfragen beantworten.

- Die erste Frage bezieht sich auf die Schnelligkeit der gewählten Fix&Optimize-Heuristik, verglichen mit einem Standardsolver wie CPLEX.

41 Vgl. Kapitel 4.5.2.

- Die zweite Frage ist betriebswirtschaftlicher Natur und soll klären, welche Einflüsse die verschiedenen Instandhaltungsfälle auf die Gesamtkosten haben, verglichen untereinander und verglichen mit zwei anderen Produktionsplänen, bei denen die Produktions- und Instandhaltungsplanung nacheinander und unabhängig voneinander erfolgt. Es soll auch hier aufgezeigt werden, wann es sinnvoll ist, eine integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung durchzuführen.

Das GLMSP-MC, das GLMSP-MC-Sub und die Fix&Optimize-Heuristik wurden in GAMS 23.7.3 implementiert. CPLEX 12.3 wurde benutzt, um die Modelle zu lösen und Referenzwerte zu bestimmen. Alle Berechnungen wurden auf dem Clustersystem des Leibniz Universität Hannover IT Services durchgeführt. Für die Fix&Optimize-Heuristik wurden zwei parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz, 4 GB RAM und einem Zeitlimit von 15 Sekunden pro Unterproblem verwendet. Daraus ergibt sich für jede Testinstanz ein bester gefundener Zielfunktionswert  $Z^{F\&O}$ .

Um Referenzwerte zu bestimmen, wurde versucht, jede der 640 Testinstanzen des GLMSP-MC zusätzlich direkt zu lösen. Da sich dies, wie auch beim GLMSP, als sehr zeitaufwendig erwies, wurde CPLEX als Startlösung die von der Fix&Optimize-Heuristik beste gefundene Lösung zur Beschleunigung des Branch&Bound-Algorithmus vorgegeben. CPLEX wurde dann eine Stunde Rechenzeit gegeben für jede der 320 Testinstanzen der Problemklassen A1 und A2 und jeweils zehn Stunden Rechenzeit für die 320 Testinstanzen der Problemklassen B1 und B2. Es wurden vier parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz und 32 GB RAM verwendet, um Referenzlösungen zu finden, die besser sind, als die bereits von der Fix&Optimize-Heuristik gefundene Lösung. Die Zielfunktionswerte der Referenzlösung werden mit  $Z^{CPLEX}$  bezeichnet.

Zunächst wurde ermittelt, welche Variante der Fix&Optimize-Heuristik die besten Ergebnisse liefert und im weiteren Verlauf für die numerischen Untersuchungen des GLMSP-MC verwendet wird.

Dazu wurden analog zu Kapitel 4 die beiden produktorientierten Dekompositionsstrategien PoD1 und PoD2 sowie die ressourcenorientierte Dekomposition mit verschiedenen Werten für die Parameter  $\kappa$  und  $\lambda$  getestet. Zusätzlich wurden noch zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition getestet, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.

Diese Dekompositionsstrategien wurden für alle vier Problemklassen getestet. Zur Berechnung der unteren Schranke wurde CPLEX eine Maximalzeit von einer Minute gegeben.

*DZeit* gibt die durchschnittlich benötigte Zeit in Sekunden über alle 160 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an. *DAUS* gibt die durchschnittliche relative Abweichung in % von der unteren Schranke über alle 160 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an.

Eine Übersicht der Ergebnisse findet sich in den Tabellen 5.3 und 5.4.

*Tabelle 5.3:* Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MC

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse A1 ( $M = 5$ ) |               | Klasse A2 ( $M = 10$ ) |                |
|---------------------------------------|-----------------------|---------------|------------------------|----------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)      | DZeit (s)              | DAUS (%)       |
| PoD1                                  | 291,86                | 288,30        | 301,31                 | 1945,99        |
| PoD2                                  | 145,79                | 298,51        | 153,54                 | 2215,26        |
| RoD-3-1                               | 152,62                | 271,08        | 203,38                 | 1097,10        |
| RoD-3-2                               | 79,65                 | 273,64        | 106,53                 | 1329,67        |
| RoD-6-1                               | 209,48                | 245,92        | 276,12                 | 1248,75        |
| RoD-6-2                               | 113,52                | 249,73        | 144,64                 | 1719,80        |
| RoD-6-3                               | 77,87                 | 242,00        | 100,02                 | 1924,98        |
| <b>PoD2 + RoD-3-2</b>                 | <b>220,41</b>         | <b>240,87</b> | <b>258,60</b>          | <b>1001,96</b> |
| RoD-3-2 + PoD2                        | 226,86                | 255,04        | 258,27                 | 1285,03        |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

Für Problemklasse A1 hat die produktorientierte Dekomposition, bei der nur ein Teil der Produktkombinationen durchlaufen wird, in Kombination mit der ressourcenorientierten Dekomposition mit einem Zeitfenster von drei Mikroperioden und einer Verschiebung von zwei Mikroperioden (PoD2+RoD-3-2) die geringste durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* von 240,87 %, gefolgt von den ressourcenorientierten Strategien RoD-6-1 und RoD-6-2 mit einem Wert von 245,92 % bzw. 249,73 %.<sup>42</sup>

<sup>42</sup> Die sehr schlechten unteren Schranken sind darauf zurückzuführen, dass CPLEX nur eine Zeit von einer Minute gegeben wurde, um die unteren Schranken zu bestimmen. Die unteren Schranken liefern daher nur eine Indikation, welche Dekompositionsstrategie in Relation zu einer anderen Strategie bessere Werte liefert. Sie sagen nichts über die Leistungsfähigkeit des Lösungsalgorithmus an sich aus.

**Tabelle 5.4:** Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MC

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse B1 ( $M = 5$ ) |              | Klasse B2 ( $M = 10$ ) |                |
|---------------------------------------|-----------------------|--------------|------------------------|----------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)     | DZeit (s)              | DAUS (%)       |
| PoD1                                  | 1234,47               | 33,25        | 1357,56                | 4714,25        |
| PoD2                                  | 640,05                | 34,89        | 678,73                 | 4964,64        |
| RoD-3-1                               | 512,77                | 50,33        | 885,17                 | 3572,82        |
| RoD-3-2                               | 240,09                | 55,04        | 450,30                 | 3900,19        |
| RoD-6-1                               | 795,50                | 54,33        | 1242,18                | 3671,99        |
| RoD-6-2                               | 409,71                | 43,86        | 625,79                 | 4315,25        |
| RoD-6-3                               | 273,06                | 46,29        | 423,37                 | 4689,14        |
| <b>PoD2 + RoD-3-2</b>                 | <b>837,17</b>         | <b>28,43</b> | <b>1119,26</b>         | <b>3516,70</b> |
| RoD-3-2 + PoD2                        | 876,31                | 42,10        | 1134,47                | 3466,63        |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

Für Problemklasse A2 hat ebenfalls die Strategie PoD2+RoD-3-2 die geringste Abweichung *DAUS* von 1001,96 %, gefolgt von den ressourcenorientierten Strategien RoD-3-1 und RoD-6-1 mit einem Wert von 1097,10 % bzw. 1248,75 %.

Für Problemklasse B1 liefert die Strategie PoD2+RoD-3-2 ebenfalls die geringste Abweichung *DAUS* von 28,43 %.

Für Problemklasse B2 hat die Strategie RoD-3-2+PoD2 die niedrigste Abweichung *DAUS* von 3466,63 %, gefolgt von der kombinierten Strategie PoD2+RoD-3-2 und der ressourcenorientierten Strategie RoD-3-1 mit einem Wert von 3516,70 % bzw. 3572,82 %.

Die Kombination der produktorientierten Dekomposition, bei der nur ein Teil der Produktkombinationen durchlaufen wird, mit der ressourcenorientierten Dekomposition mit einem Zeitfenster von drei Mikroperioden und einer Verschiebung von zwei Mikroperioden (PoD2+RoD-3-2), hat dabei über alle Klassen im Hinblick auf die durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* in Relation zur durchschnittlichen benötigten Zeit *DZeit* die besten Ergebnisse geliefert und wird im Folgenden für die numerischen Untersuchungen verwendet.



In den Tabellen 5.5 und 5.6 werden die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen A1 und A2 und in den Tabellen 5.7 und 5.8 die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen B1 und B2 vorgestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die verwendete Fix&Optimize-Heuristik alle vier Problemklassen lösen kann. Auch wenn CPLEX eine gute Startlösung und viel zusätzliche Rechenzeit gegeben wird, kann es die gefundene Lösung der Fix&Optimize-Heuristik im Durchschnitt (*DAbwCpx*) nur um 3,72 % bzw. 5,02 % für Problemklasse A1 bzw. A2 und 3,25 % bzw. 5,37 % für Problemklasse B1 bzw. B2 verbessern.

Für die Problemklassen B1 und B2 sind die relativen Abweichungen zur unteren Schrank relativ groß, was an den schwachen unteren Schranken der LP-Relaxation liegen kann.

Die durchschnittliche Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* der Fix&Optimize-Heuristik wird bei allen Problemklassen stark durch die Art der Instandhaltung beeinflusst. So ist die durchschnittliche Abweichung bei Problemen mit partieller Instandhaltung deutlich niedriger und es wird auch durchschnittlich weniger Zeit *DZeit* benötigt, als bei den Modellen mit vollständiger Instandhaltung.

Der Vergleich der durchschnittlichen Kosten *DBestLsg* des simultanen Ansatzes untereinander für die verschiedenen Testparameter und Modellannahmen zeigt, dass die Kosten mit steigender Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (*TBM*) wie auch beim GLMSP sinken. Es ist ebenfalls ersichtlich, dass, wenn weniger Komponenten gleichzeitig instand gehalten werden können, der Zielfunktionswert größer wird. Auch sinken die Kosten, wenn die benötigte Zeit für die Instandhaltungsmaßnahmen sinkt.

Der Vergleich der verschiedenen Modellannahmen ergibt, wie auch beim GLMSP, dass die Kosten bei vollständiger Instandhaltung höher liegen als bei partieller Instandhaltung, bei serieller höher als bei paralleler Instandhaltung und bei Rüstverlust höher als bei Rüsterhalt.

Im GLMSP-MC werden Rüst-, Produktions- und Instandhaltungsmaßnahmen simultan geplant. Um die Vorteile einer solchen simultanen Planung aufzuzeigen, sollen die Ergebnisse auch hier analog zu Kapitel 4 mit zwei anderen, nicht-simultanen Ansätzen verglichen werden. Diese spiegeln zum Teil die Vorgehensweise separater Produktions- und Instandhaltungsplanung in der Industrie wider.

Im Durchschnitt liegen die Kosten beim sequentiellen Ansatz (SA) und beim unabhängigen Ansatz (UA) um 2186,40 % bzw. 3204,93 % für Problemklasse A1, 1294,51 % bzw. 2190,24 % für Problemklasse A2, 570,57 % bzw. 930,65 % für Problemklasse B1 und 375,86 % bzw. 977,47 % für Problemklasse B2 höher als beim simultanen Ansatz, sogar wenn nur ein kleiner Teil der Nachfrage 7,84 % bzw. 11,17 % für Problemklasse A1, 4,82 % bzw. 7,99 % für Problemklasse A2, 2,11 % bzw. 3,39 % für Problemklasse B1 und 1,50 % bzw. 3,71 % für Problemklasse B2 durch Fremdbezug bedient wird. Dies liegt an den hohen Strafkosten *ce* für den Fremdbezug.

Der Kostenzuwachs für die Problemklassen A1 und A2 ist deutlich höher als für die Problemklassen B1 und B2. Dies liegt daran, dass in den Problemklassen B1 und B2, wie auch schon im GLMSP, die Anzahl der Produkte und Perioden deutlich höher ist, was zu einem größeren Lösungsraum und mehr Möglichkeiten führt, Instandhaltungsmaßnahmen in einen schon teilweise geplanten Produktionsplan einzufügen.

Auch fällt der Kostenzuwachs beim unabhängigen Ansatz (UA) für alle Problemklassen höher aus als beim sequentiellen Ansatz (SA), was zu erwarten war.

Für alle Problemklassen ist auffällig, dass im Fall einer längeren Zeit zwischen zwei Instandhaltungen ( $TBM=2$ ) fast kein Fremdbezug benötigt wird, was damit zu begründen ist, dass insgesamt weniger Instandhaltungsmaßnahmen über den vorgegebenen Zeitraum einzuplanen sind, was ebenfalls zu einem größeren Lösungsraum führt.

Tabelle 5.5: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-MC

| #             | F&O-Heuristik | CPLEX        |             | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |         |         |       |
|---------------|---------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------|---------|-------|
|               |               | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |         |         |       |
| alle TI       | TI            | 216,48       | 15,22       | 3334,31        | 11,20    | 3,72                 | 7052,76             | 2186,40             | 7,84                | 3204,93 | 11,17   |       |
| TBM=0.5       | 64            | 184,81       | 16,71       | 3001,69        | 12,79    | 3,54                 | 8036,71             | 4911,58             | 17,61               | 7199,48 | 25,11   |       |
|               | 80            | 241,82       | 14,04       | 3600,40        | 9,93     | 3,86                 | 6265,60             | 6,26                | 0,01                | 9,30    | 0,01    |       |
| gleiche $a_k$ | 72            | 214,19       | 14,94       | 3326,01        | 11,11    | 3,56                 | 7045,84             | 2267,60             | 8,11                | 3465,82 | 12,03   |       |
|               | 72            | 218,78       | 15,51       | 3342,61        | 11,29    | 3,88                 | 7059,68             | 2105,21             | 7,56                | 2944,04 | 10,30   |       |
| M/2           | M/3           | 96           | 212,04      | 16,02          | 3313,84  | 12,37                | 3,33                | 7237,63             | 2677,18             | 9,84    | 3684,96 | 13,18 |
|               |               | 48           | 225,37      | 13,63          | 3375,24  | 8,85                 | 4,49                | 6683,03             | 1204,83             | 3,84    | 2244,88 | 7,13  |
| Variante 1    | Variante 2    | 32           | 211,42      | 15,15          | 3406,99  | 11,77                | 3,09                | 7199,77             | 2490,00             | 8,92    | 3566,38 | 12,51 |
|               |               | 56           | 218,65      | 15,28          | 3328,10  | 11,07                | 3,90                | 7006,11             | 2101,57             | 7,51    | 3111,00 | 10,78 |
| Variante 3    | Variante 3    | 56           | 217,21      | 15,21          | 3298,98  | 11,01                | 3,88                | 7015,41             | 2097,75             | 7,55    | 3092,32 | 10,78 |
|               |               | 20           | 249,27      | 5,05           | 2735,85  | 0,14                 | 4,90                | 6435,34             | 1291,88             | 3,92    | 2848,26 | 8,65  |
| MOD 1/1/1     | MOD 1/1/0     | 20           | 237,24      | 4,99           | 2549,50  | 0,03                 | 4,95                | 6431,79             | 1123,86             | 3,41    | 2851,09 | 8,65  |
|               |               | 20           | 154,49      | 19,84          | 3600,04  | 16,08                | 3,28                | 7356,81             | 1229,15             | 4,19    | 2497,28 | 8,49  |
| MOD 1/0/1     | MOD 1/0/0     | 20           | 156,34      | 20,67          | 3601,21  | 16,12                | 3,93                | 7290,82             | 1064,13             | 3,54    | 2548,60 | 8,49  |
|               |               | 16           | 316,94      | 8,76           | 3600,02  | 5,07                 | 3,62                | 6688,96             | 3678,47             | 13,00   | 4139,83 | 14,61 |
| MOD 0/1/1     | MOD 0/1/0     | 16           | 330,36      | 9,23           | 3600,03  | 5,30                 | 3,84                | 6681,27             | 3687,03             | 13,00   | 4149,48 | 14,61 |
|               |               | 16           | 152,91      | 27,52          | 3600,03  | 25,36                | 1,71                | 7898,49             | 3351,50             | 13,50   | 3706,20 | 14,92 |
| MOD 0/0/1     | 16            | 151,49       | 28,32       | 3600,43        | 24,61    | 2,95                 | 7812,68             | 3074,34             | 12,19               | 3417,33 | 13,52   |       |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2359 Mengeneinheiten)

Tabelle 5.6: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-MC

|                 | #<br>TI | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DabwCpx<br>(%) | DBest.sg | Sequentieller Ansatz |                    | Unabhängiger Ansatz |                    |
|-----------------|---------|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
|                 |         | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DabwBest.sg<br>(%)   | DFrembezug*<br>(%) | DabwBest.sg<br>(%)  | DFrembezug*<br>(%) |
| alle TI         | 129     | 259,65        | 22,14       | 3600,37      | 16,45       | 5,02           | 7176,44  | 1294,51              | 4,82               | 2190,24             | 7,99               |
| TBM=0,5         | 49      | 287,45        | 31,17       | 3600,05      | 22,90       | 7,01           | 8467,23  | 3400,95              | 12,68              | 5756,04             | 21,02              |
| TBM=2           | 80      | 242,62        | 16,61       | 3600,57      | 12,50       | 3,80           | 6385,84  | 4,32                 | 0,01               | 6,19                | 0,01               |
| gleiche $a_k$   | 65      | 260,04        | 23,04       | 3600,52      | 17,65       | 4,72           | 7247,13  | 1386,86              | 5,26               | 2347,17             | 8,70               |
| ungleiche $a_k$ | 64      | 259,25        | 21,23       | 3600,23      | 15,23       | 5,32           | 7104,66  | 1200,72              | 4,38               | 2030,86             | 7,27               |
| M/2             | 81      | 257,74        | 22,06       | 3600,29      | 16,50       | 4,96           | 7252,82  | 1445,02              | 5,48               | 2395,02             | 8,83               |
| M/2             | 48      | 262,86        | 22,27       | 3600,51      | 16,37       | 5,11           | 7047,57  | 1040,53              | 3,71               | 1844,67             | 6,58               |
| Variante 1      | 32      | 255,66        | 22,15       | 3600,67      | 16,71       | 4,92           | 7489,93  | 2313,53              | 8,85               | 3293,45             | 12,31              |
| Variante 2      | 49      | 260,83        | 22,82       | 3600,05      | 16,73       | 5,30           | 7110,81  | 1044,59              | 3,89               | 1901,50             | 6,93               |
| Variante 3      | 48      | 261,09        | 21,45       | 3600,50      | 15,99       | 4,80           | 7034,45  | 870,30               | 3,09               | 1749,52             | 6,20               |
| MOD 1/1/1       | 20      | 330,76        | 16,53       | 3600,05      | 11,96       | 4,18           | 7018,72  | 1259,96              | 4,46               | 2551,94             | 9,04               |
| MOD 1/1/0       | 20      | 330,67        | 18,03       | 3600,05      | 10,94       | 6,52           | 6943,79  | 1150,46              | 4,06               | 2519,05             | 8,77               |
| MOD 1/0/1       | 20      | 214,28        | 27,78       | 3600,04      | 21,30       | 5,48           | 7668,55  | 1191,02              | 4,26               | 2410,78             | 8,59               |
| MOD 1/0/0       | 20      | 210,18        | 28,99       | 3601,25      | 20,11       | 7,51           | 7542,77  | 1107,83              | 3,86               | 2455,18             | 8,54               |
| MOD 0/1/1       | 12      | 330,58        | 8,94        | 3600,03      | 3,79        | 4,94           | 6226,57  | 1360,06              | 5,04               | 1597,67             | 5,92               |
| MOD 0/1/0       | 12      | 330,59        | 8,36        | 3600,03      | 3,39        | 4,86           | 6199,23  | 1386,34              | 5,04               | 1629,68             | 5,92               |
| MOD 0/0/1       | 13      | 154,11        | 34,30       | 3600,03      | 30,54       | 2,90           | 7836,18  | 1940,17              | 8,29               | 2144,36             | 9,14               |
| MOD 0/0/0       | 12      | 153,25        | 31,33       | 3601,59      | 29,38       | 1,51           | 7608,72  | 1219,00              | 5,04               | 1433,09             | 5,91               |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2359 Mengeneinheiten)

Tabelle 5. 7: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-MC

|                 | #   | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DABwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|-----------------|-----|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                 |     | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DABwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DABwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI         | 160 | 857,92        | 29,16       | 36011,91     | 25,03       | 3,25           | 29681,52 | 570,57               | 2,11                | 930,65              | 3,39                |
| TBM=0.5         | 80  | 1069,96       | 29,72       | 36011,60     | 24,85       | 3,87           | 31988,05 | 1113,16              | 4,12                | 1791,50             | 6,56                |
| TBM=2           | 80  | 645,88        | 28,60       | 36012,23     | 25,21       | 2,62           | 27375,00 | 27,98                | 0,10                | 69,80               | 0,22                |
| gleiche $a_k$   | 80  | 856,24        | 29,14       | 36011,32     | 24,91       | 3,33           | 29674,60 | 522,37               | 1,93                | 884,52              | 3,23                |
| ungleiche $a_k$ | 80  | 859,60        | 29,17       | 36012,51     | 25,16       | 3,17           | 29688,44 | 618,77               | 2,28                | 976,78              | 3,55                |
| M/2             | 96  | 860,63        | 28,65       | 36011,11     | 24,66       | 3,15           | 29602,16 | 480,16               | 1,76                | 756,76              | 2,73                |
| M/2             | 64  | 853,85        | 29,92       | 36013,12     | 25,59       | 3,40           | 29800,57 | 706,19               | 2,64                | 1191,48             | 4,38                |
| Variante 1      | 32  | 846,15        | 27,89       | 36009,84     | 24,16       | 2,94           | 29429,52 | 529,59               | 1,91                | 801,52              | 2,86                |
| Variante 2      | 64  | 859,04        | 28,88       | 36012,71     | 25,04       | 3,02           | 29723,00 | 581,83               | 2,15                | 969,39              | 3,54                |
| Variante 3      | 64  | 862,68        | 30,06       | 36012,16     | 25,46       | 3,63           | 29766,04 | 579,80               | 2,16                | 956,47              | 3,50                |
| MOD 1/1/1       | 20  | 1005,39       | 19,40       | 36011,11     | 17,64       | 1,49           | 28037,58 | 55,56                | 0,19                | 358,13              | 1,21                |
| MOD 1/1/0       | 20  | 1008,21       | 20,36       | 36015,22     | 18,10       | 1,93           | 28150,68 | 2,01                 | 0,03                | 420,99              | 1,44                |
| MOD 1/0/1       | 20  | 722,68        | 34,58       | 36005,31     | 27,30       | 5,74           | 30113,87 | 103,10               | 0,38                | 391,73              | 1,37                |
| MOD 1/0/0       | 20  | 726,62        | 35,96       | 36015,25     | 28,36       | 5,93           | 30269,97 | 13,21                | 0,06                | 274,59              | 0,96                |
| MOD 0/1/1       | 20  | 996,09        | 23,48       | 36011,65     | 21,14       | 1,92           | 28933,38 | 1151,21              | 4,14                | 1446,92             | 5,20                |
| MOD 0/1/0       | 20  | 1010,81       | 23,56       | 36013,69     | 21,60       | 1,61           | 28902,83 | 1040,12              | 3,73                | 1518,89             | 5,45                |
| MOD 0/0/1       | 20  | 695,77        | 37,31       | 36009,43     | 32,78       | 3,41           | 31515,66 | 1119,63              | 4,26                | 1536,33             | 5,80                |
| MOD 0/0/0       | 20  | 697,80        | 38,60       | 36013,65     | 33,33       | 3,95           | 31528,20 | 1079,71              | 4,11                | 1497,61             | 5,67                |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (8939 Mengeneinheiten)

Tabelle 5.8: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-MC

|                 | #<br>TI | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DabwCpx (%) | DBestl.sg | Sequentieller Ansatz |                  | Unabhängiger Ansatz |                  |
|-----------------|---------|---------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-----------|----------------------|------------------|---------------------|------------------|
|                 |         | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |             |           | DabwBestl.sg (%)     | DFremdbezug* (%) | DabwBestl.sg (%)    | DFremdbezug* (%) |
| alle TI         | 140     | 1099,26       | 39,02       | 36006,76     | 31,80       | 5,37        | 30816,26  | 375,86               | 1,50             | 977,47              | 3,71             |
| TBM=0,5         | 60      | 1138,76       | 43,32       | 36004,77     | 33,51       | 7,38        | 33992,97  | 873,79               | 3,47             | 2269,66             | 8,60             |
| TBM=2           | 80      | 1069,63       | 35,80       | 36008,26     | 30,52       | 3,86        | 28433,72  | 2,40                 | 0,02             | 8,33                | 0,03             |
| gleiche $a_k$   | 70      | 1096,79       | 38,89       | 36006,50     | 31,65       | 5,39        | 30764,35  | 332,49               | 1,34             | 1029,66             | 3,88             |
| ungleiche $a_k$ | 70      | 1101,73       | 39,15       | 36007,03     | 31,96       | 5,34        | 30868,17  | 419,22               | 1,66             | 925,28              | 3,53             |
| M/2             | 84      | 1093,78       | 38,86       | 36006,72     | 31,64       | 5,37        | 30795,34  | 314,54               | 1,25             | 870,98              | 3,30             |
| M/2             | 56      | 1107,48       | 39,27       | 36006,82     | 32,05       | 5,36        | 30847,64  | 467,82               | 1,86             | 1137,20             | 4,32             |
| Variante 1      | 28      | 1088,84       | 39,21       | 36006,91     | 31,66       | 5,59        | 30804,29  | 291,53               | 1,17             | 647,69              | 2,49             |
| Variante 2      | 56      | 1108,33       | 39,05       | 36006,72     | 32,08       | 5,18        | 30925,29  | 384,44               | 1,53             | 1037,31             | 3,95             |
| Variante 3      | 56      | 1095,40       | 38,90       | 36006,74     | 31,59       | 5,45        | 30713,21  | 409,44               | 1,62             | 1082,52             | 4,07             |
| MOD 1/1/1       | 20      | 1419,47       | 28,53       | 36008,23     | 24,32       | 3,34        | 29502,13  | 134,13               | 0,51             | 1720,53             | 6,24             |
| MOD 1/1/0       | 20      | 1420,37       | 30,51       | 36009,83     | 24,28       | 5,00        | 29413,84  | 231,40               | 0,86             | 1681,20             | 6,03             |
| MOD 1/0/1       | 20      | 951,18        | 44,99       | 36002,25     | 35,27       | 7,19        | 31935,40  | 37,11                | 0,16             | 341,07              | 1,30             |
| MOD 1/0/0       | 20      | 898,53        | 48,47       | 36007,59     | 36,90       | 8,48        | 32217,93  | 12,79                | 0,08             | 216,76              | 0,86             |
| MOD 0/1/1       | 10      | 1418,66       | 23,41       | 36006,38     | 22,08       | 1,09        | 26751,19  | 2,86                 | 0,05             | 2,88                | 0,63             |
| MOD 0/1/0       | 10      | 1418,79       | 22,92       | 36013,38     | 21,83       | 0,89        | 26745,20  | 2,82                 | 0,03             | 2,84                | 0,46             |
| MOD 0/0/1       | 20      | 792,66        | 47,67       | 36001,99     | 39,58       | 5,80        | 32954,54  | 1121,53              | 4,49             | 1441,90             | 5,75             |
| MOD 0/0/0       | 20      | 793,88        | 49,83       | 36007,59     | 40,32       | 6,79        | 32941,77  | 1091,19              | 4,38             | 1437,98             | 5,76             |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (8939 Mengeneinheiten)

## 5.2 Erweiterung des GLMSP um eine nichtlineare Abnutzungsfunktion

### 5.2.1 Modellannahmen zur Implementierung einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion

Um eine nichtlineare Abnutzungsfunktion zu betrachten, müssen die folgenden zusätzlichen Annahmen I21 und P9 bezüglich der Instandhaltung und Produktion getroffen werden:<sup>43</sup>

- I21 Die nichtlineare Abnutzungsfunktion wird in  $h = 1, \dots, H$  stückweise lineare Teile zerlegt, vergleiche Abbildung 5.1.
- P9 Die Produktionsmenge von Produkt  $k$  wird in  $H$  Teile aufgeteilt, je nachdem, welcher Linearisierungsabschnitt  $h$  der Abnutzungsfunktion gerade betrachtet wird.

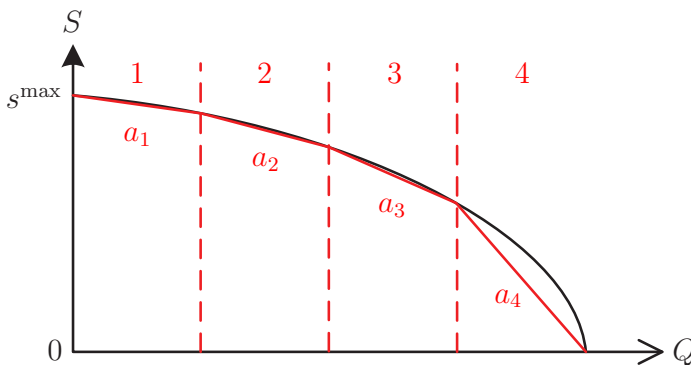


Abbildung 5.1: Stückweise Linearisierung einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion

Die ergänzende Notation, die verwendet wird, um die zusätzlichen Instandhaltungs- und Produktionsannahmen I21 und P9 abzubilden, lautet wie folgt:

#### Indizes und Mengen

$h, h' \in \mathcal{H}$  Menge der linearisierten Abschnitte der nichtlinearen Abnutzungsfunktion,  $\mathcal{H} = \{1, \dots, H\}$

<sup>43</sup> Die Annahmen P1 bis P8 und I1 bis I17 aus Kapitel 4 gelten weiterhin.

**Binärvariablen**

$$\theta_{hkt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn die erste Produktionsmenge } Q_{hkt}^1 \text{ für Produkt } k \text{ im} \\ & \text{linearisierten Abschnitt } h \text{ der nichtlinearen Abnutzungs-} \\ & \text{funktion in Mikroperiode } t \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\theta_{hkt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn die zweite Produktionsmenge } Q_{hkt}^2 \text{ für Produkt } k \text{ im} \\ & \text{linearisierten Abschnitt } h \text{ der nichtlinearen Abnutzungs-} \\ & \text{funktion in Mikroperiode } t \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

**reellwertige Entscheidungsvariablen**

$Y_{hkt}^1$       Hilfsvariable zur Linearisierung  
 $Y_{hkt}^2$       Hilfsvariable zur Linearisierung

Durch die Erweiterung um eine nichtlineare Abnutzungsfunktion und die daraus resultierende stückweise lineare Zerlegung müssen einige, die Produktion und Instandhaltung aus Kapitel 4 betreffenden, Parameter und Variablen um den Index  $h$  bzw.  $h$  und  $k$  ergänzt werden. Daraus ergibt sich folgende geänderte Notation:

**Parameter**

$a_{hk}$       Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter Mengeneinheit von Produkt  $k$  im linearisierten Abschnitt  $h$  der nichtlinearen Abnutzungsfunktion  
 $s_{hk}^{\min}$       Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente für Produkt  $k$  für den linearisierten Abschnitt  $h$  der nichtlinearen Abnutzungsfunktion

**reellwertige Entscheidungsvariablen**

$Q_{hkt}^1$       Erste Produktionsmenge von Produkt  $k$  im linearisierten Abschnitt  $h$  der nichtlinearen Abnutzungsfunktion in Mikroperiode  $t$   
 $Q_{hkt}^2$       Zweite Produktionsmenge von Produkt  $k$  im linearisierten Abschnitt  $h$  der nichtlinearen Abnutzungsfunktion in Mikroperiode  $t$



### 5.2.2 Modellformulierung des generellen kapazitierten Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblems für eine verschleißbehaftete Komponente mit nichtlinearer Abnutzungsfunktion (GLMSP-NL)

Mit der in Kapitel 4 und auf den Seiten 95 und 96 vorgestellten Notation kann das generelle kapazitierte Losgrößen- und Instandhaltungsplanungsproblem für eine verschleißbehaftete Komponente mit nichtlinearer Abnutzungsfunktion (**GLMSP-NL**<sup>44</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

Die Zielfunktion (5.71) minimiert die Gesamtkosten, die aus den Lagerkosten am Ende einer Makroperiode, den Rüstkosten, den Fremdbezugskosten und den Kosten für die partielle bzw. vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente besteht.

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \cup \mathcal{M}} (c_{ik} \cdot I_{kt} + c_{ek} \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{sk} \cdot \delta_{kt}) \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \beta \cdot cm \cdot (\alpha \cdot U_t^1 + U_t^2) + (1 - \beta) \cdot cv \cdot (\alpha \cdot \mu_t^1 + \mu_t^2) \right) \end{aligned} \quad (5.71)$$

Die Gleichungen (5.72) sind die Lagerbilanzgleichungen. Restriktionen (5.73) bis (5.76) sind die Produktionsbedingungen. Die Restriktionen (5.77) sind die Rüstbedingungen und Restriktionen (5.78) sind die Rüstübertragungsbedingungen.

$$I_{k,t-1} + \sum_{h \in \mathcal{H}} (Q_{hkt}^1 + Q_{hkt}^2) - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \cup \mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.72)$$

$$Q_{hkt}^1 \leq \frac{s_{h-1,k}^{\min} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \cdot \theta_{h,k,t}^1 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.73)$$

$$\theta_{hkt}^1 \leq \omega_{k,t-1} \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.74)$$

$$Q_{hkt}^2 \leq \frac{s_{h-1,k}^{\min} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \cdot \theta_{h,k,t}^2 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.75)$$

$$\theta_{hkt}^2 \leq \omega_{kt} \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.76)$$

44 Engl. General Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Nonlinear Wear and Tear.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \leq 1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.77)$$

$$\delta_{kt} \geq \omega_{kt} - \omega_{k,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.78)$$

Die Lagerbilanzgleichungen (5.72) werden gegenüber den Gleichungen aus Kapitel 4 um die Summe über die Menge der linearisierten Abschnitte  $h$  ergänzt, da in einer Mikroperiode mehrere Linearisierungsabschnitte durchlaufen werden können.

Die Ungleichungen (5.73) bis (5.76) stellen sicher, dass ein Produkt  $k$  nur dann produziert werden kann, wenn dafür gerüstet ist. Zusätzlich wird durch die Nebenbedingungen (5.73) und (5.75) sichergestellt, dass höchstens die maximal mögliche Produktionsmenge im jeweiligen Linearisierungsabschnitt produziert wird. Der Zustand  $s_{0k}^{\min}$  entspricht dabei dem Zustand  $s^{\max}$ .

Die Restriktionen (5.77) geben an, dass die Ressource am Ende einer Mikroperiode  $t$  maximal für ein Produkt gleichzeitig gerüstet sein kann. Restriktionen (5.78) modellieren die Übertragung eines Rüstzustandes in die nächste Mikroperiode.

Die folgenden Restriktionen (5.79) und (5.80) sind die Kapazitätsrestriktionen. Diese sind bis auf die Summierung über die Menge der linearisierten Abschnitte der nichtlinearen Abnutzungsfunktion identisch mit Kapitel 4.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} C_t \leq c_\tau \quad \tau \in \mathcal{P} \quad (5.79)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \left( t p_k \cdot \sum_{h \in \mathcal{H}} (Q_{hkt}^1 + Q_{hkt}^2) + t s_k \cdot \delta_{kt} \right) + \beta \cdot t m \cdot (\alpha \cdot U_t^1 + U_t^2) + (1 - \beta) \cdot t v \cdot (\alpha \cdot \mu_t^1 + \mu_t^2) = C_t + (1 - \gamma) \cdot C B_t \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.80)$$

Die folgenden Restriktionen (5.81) bis (5.84) verfolgen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente.

$$S_{t-1}^4 + \alpha \cdot (\beta \cdot p m \cdot U_t^1 + (1 - \beta) \cdot S_t^1) = S_t^1 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.81)$$

$$S_t^1 - \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (a_{hk} \cdot Q_{hkt}^1) = S_t^2 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.82)$$

$$S_t^2 + \beta \cdot pm \cdot U_t^2 + (1 - \beta) \cdot SI_t^2 = S_t^3 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.83)$$

$$S_t^3 - \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (a_{hk} \cdot Q_{hkt}^2) = S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.84)$$

Sie verbinden die Zustandsvariablen  $S_t^1$  bis  $S_t^4$  und berücksichtigen die jeweilige individuelle Abnutzung  $a_{hk}$  und die Instandhaltungsmaßnahmen.

Die Restriktionen (5.85) bis (5.88) finden nur im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) Anwendung und stellen sicher, wie auch beim GLMSP in Kapitel 4, dass nach einer vollständigen Instandhaltungsmaßnahme immer der Maximalzustand erreicht wird.

$$S_t^1 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.85)$$

$$SI_t^1 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^1 \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.86)$$

$$S_t^3 \geq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (5.87)$$

$$SI_t^2 \leq s^{\max} \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (5.88)$$

Ein weiteres Set von Restriktionen (5.89) und (5.90) wird benutzt, um den Kapazitätsbonus  $CB_t$  im Fall von paralleler Instandhaltung ( $\gamma = 0$ ) zu bestimmen, der durch paralleles Rüsten und Instandhalten gewonnen wird.

$$CB_t \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} (ts_k \cdot \delta_k) \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (5.89)$$

$$CB_t \leq \beta \cdot tm \cdot U_t^2 + (1 - \beta) \cdot tv \cdot \mu_t^2 \quad t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (5.90)$$

Die Restriktionen (5.91) werden nur benötigt, wenn die Instandhaltungsmaßnahmen zu einem Rüstverlust ( $\alpha = 0$ ) führen. Sie stellen sicher, dass ein neuer Rüstvorgang ausgeführt werden muss, bevor die Produktion fortgeführt werden kann.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_{kt} + 1 \geq \beta \cdot \frac{pm \cdot U_t^2}{s^{\max}} + (1 - \beta) \cdot \mu_t^2 + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{kt} \quad t \in \mathcal{T}, \alpha = 0 \quad (5.91)$$

Restriktionen (5.92) bis (5.103) beschränken die maximale Produktionsmenge  $Q_{hkt}^1$  bzw.  $Q_{hkt}^2$  für jeden Abschnitt  $h$  in Abhängigkeit vom Zustand der verschleiß-behafteten Komponente, damit immer die korrekte Abnutzung  $a_{hk}$  der verschleiß-behafteten Komponente stattfindet.

$$Q_{hkt}^1 \leq Y_{hkt}^1 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.92)$$

$$\frac{S_t^1 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^1) - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} - (1 - \theta_{hkt}^1) \cdot \frac{s_{hk}^{\max} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \leq Y_{hkt}^1 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.93)$$

$$\frac{S_t^1 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^1) - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} + (1 - \theta_{hkt}^1) \cdot \frac{s_{hk}^{\max} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \geq Y_{hkt}^1 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.94)$$

$$S_t^1 \geq \theta_{hkt}^1 \cdot s_{hk}^{\min} \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.95)$$

$$S_t^1 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^1) \leq \theta_{hkt}^1 \cdot s_{h-1,k}^{\min} + (1 - \theta_{hkt}^1) \cdot s^{\max} \quad h \in \mathcal{H}, h > 1, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.96)$$

$$S_t^1 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^1) \geq \theta_{hkt}^1 \cdot s_{hk}^{\min} \quad h \in \mathcal{H}, h > 1, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.97)$$

Die Restriktionen (5.92) bis (5.97) stellen sicher, dass während der Produktion der ersten Produktionsmenge  $Q_{hkt}^1$  am Anfang jeder Mikroperiode  $t$  immer der aktuelle Linearisierungsabschnitt während der Produktion von Produkt  $k$  betrachtet und angepasst wird. Das heißt, wenn sich der Zustand der verschleiß-behafteten Komponente während der Produktion von Produkt  $k$  von einem Linearisierungsabschnitt  $h$  zum nächsten verschlechtert, also der Zustand  $s_{hk}^{\min}$  unterschritten wird, erhöht sich der Index  $h$  um 1.

Die Formeln (5.92) bis (5.94) sind dabei die Linearisierung der folgenden Restriktion:

$$Q_{hkt}^1 \leq \frac{S_t^1 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^1) - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \cdot \theta_{hkt}^1 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$$

Diese stellt sicher, dass die Produktionsmenge  $Q_{hkt}^1$  im jeweiligen Linearisierungsabschnitt nicht größer sein kann, als der vorhandene Abnutzungsvorrat in diesem Linearisierungsabschnitt.

Die Restriktionen (5.95) bis (5.97) stellen sicher, dass nur dann innerhalb eines Linearisierungsabschnittes  $h$  produziert wird ( $Q_{hkt}^1 \geq 0$ ), wenn sich der Zustand der Ressource zwischen dem minimalen und maximalen Zustand des jeweiligen Linearisierungsabschnittes  $h$  befindet, vergleiche Abbildung 5.2.

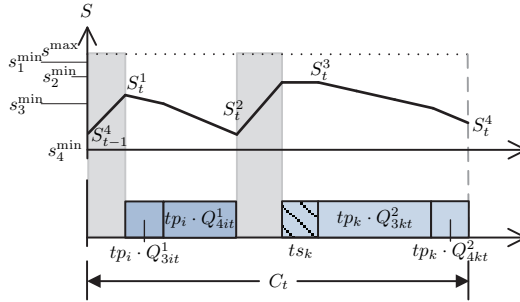


Abbildung 5.2: Produktion im jeweils aktuellen Linearisierungsabschnitt im Fall von partieller, serieller Instandhaltung mit Erhalt des Rüstzustandes

Auf die gleiche Weise stellen die Restriktionen (5.98) bis (5.103) sicher, dass während der zweiten Produktionsmenge  $Q_{hkt}^2$  immer der aktuelle Linearisierungsabschnitt betrachtet wird.

$$Q_{hkt}^2 \leq Y_{hkt}^2 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.98)$$

$$\frac{S_t^3 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^2) - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} - (1 - \theta_{hkt}^2) \cdot \frac{s_{hk}^{\max} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \leq Y_{hkt}^2 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.99)$$

$$\frac{S_t^3 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^2) - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} + (1 - \theta_{hkt}^2) \cdot \frac{s_{hk}^{\max} - s_{hk}^{\min}}{a_{hk}} \geq Y_{hkt}^2 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.100)$$

$$S_t^3 \geq \theta_{hkt}^2 \cdot s_{hk}^{\min} \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.101)$$

$$S_t^3 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^2) \leq \theta_{hkt}^2 \cdot s_{h-1,k}^{\min} + (1 - \theta_{hkt}^2) \cdot s^{\max} \quad h \in \mathcal{H}, h > 1, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.102)$$

$$S_t^3 - \sum_{h' \in \mathcal{H}, h' < h} (a_{h'k} \cdot Q_{h'kt}^2) \geq \theta_{hkt}^2 \cdot s_{hk}^{\min} \quad h \in \mathcal{H}, h > 1, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.103)$$

Die Restriktionen (5.104) und (5.105) stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente immer im Intervall  $[s_{Hk}^{\min}, s^{\max}]$  liegt.

$$S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \leq s^{\max} \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.104)$$

$$s_{Hk}^{\min} \leq S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.105)$$

Die Bedingungen (5.106) bis (5.111) geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente, den Anfangslagerbestand und den Rüstzustand der Resource an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_0 = s^{\max} = s_{0k}^{\min} \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.106)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.107)$$

$$\omega_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (5.108)$$

$$C_t, CB_t, I_{kt}, Q_{hkt}^1, Q_{hkt}^2, S_t^1, S_t^2, S_t^3, S_t^4, SI_t^1, SI_t^2, X_{kt}, Y_{hkt}^1, Y_{hkt}^2 \geq 0 \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.109)$$

$$U_t^1, U_t^2 \in \mathbb{N}_0 \quad t \in \mathcal{T} \quad (5.110)$$

$$\delta_{kt}, \omega_{kt}, \mu_t^1, \mu_t^2, \theta_{hkt}^1, \theta_{hkt}^2 \in \{0, 1\} \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.111)$$

Die Gleichungen (5.106) legen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Anfang der ersten Mikroperiode auf  $s^{\max}$  fest.

Die Gleichungen (5.107) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts auf Null.

Restriktionen (5.109) bis (5.111) sind die Nichtnegativitäts-, Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen des Modells.

## 5.2.3 Numerische Untersuchungen

### 5.2.3.1 Beschreibung der Testinstanzen

Für die numerischen Untersuchungen werden vier Problemklassen definiert, die sich in der Anzahl der Produkte, Perioden und Linearisierungsabschnitte unterscheiden, vergleiche Tabelle 5.9.

Tabelle 5.9: Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-NL

| Problemklasse | $K$ | $T$ | $P = T/K$ | $H$ | #TI |
|---------------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| A1            | 5   | 25  | 5         | 2   | 128 |
| A2            | 5   | 25  | 5         | 4   | 128 |
| B1            | 10  | 100 | 10        | 2   | 128 |
| B2            | 10  | 100 | 10        | 4   | 128 |

Für jede der acht möglichen Kombinationen von Instandhaltungsfällen ( $\alpha/\beta/\gamma$ ) und jede Klasse werden, wie auch beim GLMSP, (künstliche) Testinstanzen definiert, in dem systematisch einzelne Parameter des Modells variiert werden. Dies ergibt insgesamt 512 Testinstanzen.

Tabelle 5.10 gibt einen Überblick über die verschiedenen Parameterwerte für die Testinstanzen der Problemklassen.

Die generierten Nachfragewerte für die Problemklassen A1 und A2 bzw. B1 und B2 sind jeweils in den Tabellen B.5 und B.6 im Anhang B.3 zu finden.

Die Generierung der Parameter für die Testinstanzen erfolgt auf die gleiche Weise wie beim GLMSP<sup>45</sup> mit den folgenden Änderungen:

Es werden zwei verschiedene nichtlineare Abnutzungsfunktionen definiert: zum einen eine konkave Abnutzungsfunktion, siehe Abbildung 5.3, zum anderen eine Abnutzungsfunktion mit Wendepunkt, siehe Abbildung 5.4.

Für jede der beiden Abnutzungsfunktionen werden jeweils zwei Fälle untersucht. Im ersten Fall (i) verursachen alle Produkte die gleiche Abnutzung  $a_h$  auf der verschleißbehafteten Komponente. Im zweiten Fall (ii) haben alle Produkte eine unterschiedliche Abnutzung  $a_{hk}$  auf der verschleißbehafteten Komponente. Die Abnutzungsparameter für die beiden Fälle lauten dann:

$$(i) \quad a_{hk} = a_h = H \cdot \frac{s_{h-1,k}^{\min} - s_{hk}^{\min}}{s^{\max}} \cdot a \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}, \quad (5.112)$$

<sup>45</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.1 auf Seite 48 ff.

Tabelle 5.10: Parameter für die Testinstanzen

|   |                |       |                      |
|---|----------------|-------|----------------------|
| Problemklasse   | $PK$           | $\in$ | $\{A1, A2, B1, B2\}$ |
| Variationskoeffizient der Nachfrage   | $VKN$          | $=$   | 0,3                  |
| Dauer eines Produktionszyklus in Makroperioden (time between orders)  | $TBO$          | $=$   | 2                    |
| Zeit (Makroperioden) zwischen zwei aufeinanderfolgenden Instandhaltungsmaßnahmen (time between maintenance)   | $TBM$          | $\in$ | $\{0, 5; 2\}$        |
| Kapazitätsauslastung  | $Kapa$         | $=$   | 0,9                  |
| Rüstzeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Produktionszeit in einer Makroperiode                    | $ts^{rel}$     | $=$   | 0,15                 |
| Instandhaltungszeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüstzeit in einer Makroperiode                | $tm^{rel}$     | $=$   | 1                    |
| Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung  | $pm$           | $=$   | 1                    |
| Instandhaltungskosten als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten in einer Makroperiode | $cm^{rel}$     | $\in$ | $\{0, 5; 2\}$        |
| Lagerkosten pro Makroperiode und ME   | $ci_k$         | $=$   | 1                    |
| Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$   | $tp_k$         | $=$   | 1                    |
| Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente  | $s_{Hk}^{min}$ | $=$   | 0                    |
| Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente  | $s^{max}$      | $=$   | 100                  |
| Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE  | $ce_k$         | $=$   | 1000                 |

$$(ii) \quad a_{hk} = H \cdot \frac{s_{h-1,k}^{min} - s_{hk}^{min}}{s^{max}} \cdot \left( \frac{a}{2} + \frac{a}{K-1} \cdot (k-1) \right) \quad h \in \mathcal{H}, k \in \mathcal{K}. \quad (5.113)$$



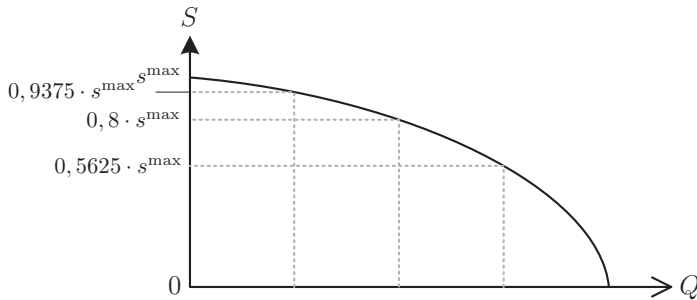


Abbildung 5.3: Nichtlineare, konkave Abnutzungsfunktion

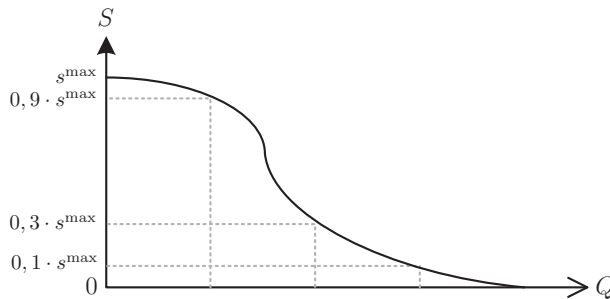


Abbildung 5.4: Nichtlineare Abnutzungsfunktion mit Wendepunkt

Die durchschnittliche Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente  $\overline{awr}$  pro Makroperiode über alle Produkte ist

$$\overline{awr} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \overline{d}_k \cdot \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} a_{hk} \right). \quad (5.114)$$

Setzt man Gleichung (5.112) bzw. Gleichung (5.113) in Gleichung (5.114) ein, ergibt sich jeweils:

$$(i) \quad \overline{awr} = a \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k, \quad (5.115)$$

$$(ii) \quad \overline{awr} = a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k + \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d}_k \cdot \frac{k-1}{K-1} \right). \quad (5.116)$$

Gegeben die Zeit zwischen zwei Instandhaltungsmaßnahmen  $TBM$  und den Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente  $s^{\max}$  kann man die durchschnittliche Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente  $\overline{awr}$  pro Makroperiode auch wie folgt definieren:

$$\overline{awr} = \frac{s^{\max}}{TBM}. \quad (5.117)$$

Setzt man Gleichung (5.115) in Gleichung (5.117) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (i):

$$(i) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} \overline{d_k}}. \quad (5.118)$$

Ein Einfügen der Gleichung (5.118) in Gleichung (5.112) ergibt die Abnutzungsparameter  $a_{hk}$  der Produkte für den Fall, dass alle Produkte die gleiche Abnutzung auf der verschleißbehafteten Komponente verursachen.

Setzt man Gleichung (5.116) in Gleichung (5.117) ein und löst nach  $a$  auf, ergibt sich für Fall (ii):

$$(ii) \quad a = \frac{s^{\max}}{TBM \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^K \overline{d_k} + \sum_{k=1}^K \overline{d_k} \cdot \frac{k-1}{K-1} \right)}. \quad (5.119)$$

Fügt man Gleichung (5.119) in Gleichung (5.113) ein, ergeben sich die Abnutzungsparameter für den Fall, dass alle Produkte eine unterschiedliche Abnutzung auf der verschleißbehafteten Komponente verursachen.

Im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) beträgt die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  in einer Makroperiode für die verschleißbehaftete Komponente

$$\overline{tm} = \frac{tm}{pm} \cdot \sum_{k=1}^K \left( \overline{d_k} \cdot \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H a_{hk} \right). \quad (5.120)$$

Die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\overline{tm}$  wird darüber hinaus als relativer Anteil  $tm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüstzeit  $\overline{ts}$  angenommen:

$$\overline{tm} = tm^{rel} \cdot \overline{ts}. \quad (5.121)$$

Setzt man die Gleichungen (5.120) und (4.84) in Gleichung 5.121 ein und löst nach  $tm$  auf, so ergibt sich

$$tm = \frac{tm^{rel} \cdot ts^{rel} \cdot pm \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \bar{d}_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\bar{d}_k \cdot \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} a_{hk})}. \quad (5.122)$$

Um vergleichbare Testinstanzen zu generieren, wird angenommen, dass die Zeit, die zur Erhöhung des Abnutzungsvorrats der verschleißbehafteten Komponente benötigt wird, gleich ist für die Fälle von partieller und vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ). Folglich ergibt sich die folgende Relation:

$$\frac{tm}{pm} = \frac{tv}{s^{\max}}. \quad (5.123)$$

Setzt man Gleichung (5.122) in Gleichung (5.123) ein und löst nach  $tv$  auf, ergibt sich die Instandhaltungszeit für eine vollständige Instandhaltung

$$tv = \frac{tm^{rel} \cdot ts^{rel} \cdot s^{\max} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} tp_k \cdot \bar{d}_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\bar{d}_k \cdot \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} a_{hk})}. \quad (5.124)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  der verschleißbehafteten Komponente pro Makroperiode  $\tau$  betragen im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ )

$$\overline{cm} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \bar{d}_k \cdot \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} a_{hk} \right) \cdot \frac{cm}{pm}. \quad (5.125)$$

Die durchschnittlichen Instandhaltungskosten  $\overline{cm}$  werden als relativer Anteil  $cm^{rel}$  der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten  $\overline{csi}$  angenommen:

$$\overline{cm} = cm^{rel} \cdot \overline{csi}. \quad (5.126)$$

Setzt man Gleichung (5.126) in Gleichung (5.125) ein und löst nach  $cm$  auf, erhält man die Instandhaltungskosten für eine Mengeneinheit partieller Instandhaltung

$$cm = pm \cdot \frac{cm^{rel} \cdot \overline{csi}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (\bar{d}_k \cdot \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} a_{hk})}. \quad (5.127)$$

Die gleiche Relation, die schon weiter oben für die Instandhaltungszeit verwendet wurde (Gleichung (5.123)), wird auch für die Instandhaltungskosten angenommen. Daraus ergeben sich die Instandhaltungskosten für eine vollständige Instandhaltung als

$$cv = s^{\max} \cdot \frac{cm}{pm}. \quad (5.128)$$

### 5.2.3.2 Lösungsansatz - adaptierte Fix&Optimize-Heuristik

Wie bereits in Abschnitt 4.5.2 auf Seite 54 ff. beschrieben, wird eine adaptierte Form der Fix&Optimize-Heuristik verwendet.

Zusätzlich werden für die binären Variablen  $\theta_{hkt}^1$  und  $\theta_{hkt}^2$  die disjunkten Untermengen  $\mathcal{KT}_{\theta}^{fix} \subseteq \mathcal{KT}$  und  $\mathcal{KT}_{\theta}^{opt} \subseteq \mathcal{KT}$  eingeführt, um den Anteil an fixierten und zu optimierenden Binärvariablen in jedem Unterproblem festzulegen.

Die ergänzende Notation, zu der bereits auf Seite 54 ff. vorgestellten, welche für die Submodelle benötigt wird, lautet wie folgt:

#### Untermengen

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| $\mathcal{KT}_{\theta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Variablen $\theta_{hkt}^1$ und $\theta_{hkt}^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{KT}_{\theta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Variablen $\theta_{hkt}^1$ und $\theta_{hkt}^2$ optimiert werden |

#### Parameter

|                        |   |
|------------------------|---|
| $\bar{\theta}_{hkt}^1$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\theta_{hkt}^1$ |
| $\bar{\theta}_{hkt}^2$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\theta_{hkt}^2$ |

Unter Verwendung der zusätzlichen Notation kann das Unterproblem GLMSP-NL-Sub mit den Bedingungen (5.71) bis (5.111) und den folgenden zusätzlichen Bedingungen definiert werden.

$$\delta_{kt} = \bar{\delta}_{kt} \quad (k,t) \in \mathcal{KT}_{\delta}^{fix} \quad (5.129)$$

$$\omega_{kt} = \bar{\omega}_{kt} \quad (k,t) \in \mathcal{KT}_{\omega}^{fix} \quad (5.130)$$

$$\mu_t^1 = \bar{\mu}_t^1 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (5.131)$$

$$\mu_t^2 = \bar{\mu}_t^2 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, \beta = 0 \quad (5.132)$$

$$\theta_{hkt}^1 = \bar{\theta}_{hkt}^1 \quad h \in \mathcal{H}, (k,t) \in \mathcal{KT}_{\theta}^{fix} \quad (5.133)$$

$$\theta_{hkt}^2 = \bar{\theta}_{hkt}^2 \quad h \in \mathcal{H}, (k,t) \in \mathcal{KT}_{\theta}^{fix} \quad (5.134)$$

Die zusätzlichen Nebenbedingungen (5.129) bis (5.134) begrenzen die Optimierung der binären Rüstvariablen  $\delta_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ , der binären Rüstzustandsvariablen  $\omega_{kt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ , der binären Variablen  $\theta_{hkt}^1$  und  $\theta_{hkt}^2$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\theta}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\theta}^{fix}$  und der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen auf die Untermenge  $\mathcal{T}_{\mu}^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_{\mu}^{fix}$ .

Es werden die gleichen Dekompositionsstrategien wie für das GLMSP verwendet, die **produktorientierte Dekomposition (PoD)**, die **ressourcenorientierte Dekomposition (RoD)** sowie zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.<sup>46</sup>

### 5.2.3.3 Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung

Die numerischen Untersuchungen sollen wie auch in Kapitel 4 zwei Hauptfragen beantworten.

- Die erste Frage bezieht sich auf die Schnelligkeit der gewählten Fix&Optimize-Heuristik, verglichen mit einem Standardsolver wie CPLEX.
- Die zweite Frage ist betriebswirtschaftlicher Natur und soll klären, welche Einflüsse die verschiedenen Instandhaltungsfälle auf die Gesamtkosten haben, verglichen untereinander und verglichen mit zwei anderen Produktionsplänen, bei denen die Produktions- und Instandhaltungsplanung nacheinander und unabhängig voneinander erfolgt. Es soll auch hier aufgezeigt werden, wann es sinnvoll ist, eine integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung durchzuführen.

Das GLMSP-NL, das GLMSP-NL-Sub und die Fix&Optimize-Heuristik wurden in GAMS 23.7.3 implementiert. CPLEX 12.3 wurde benutzt, um die Modelle zu lösen und Referenzwerte zu bestimmen. Alle Berechnungen wurden auf dem Clustersystem des Leibniz Universität Hannover IT Services durchgeführt. Für die Fix&Optimize-Heuristik wurden zwei parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz, 4 GB RAM und einem Zeitlimit von 15 Sekunden pro Unterproblem verwendet. Daraus ergibt sich für jede Testinstanz ein bester gefundener Zielfunktionswert  $Z^{F\&O}$ .

---

<sup>46</sup> Vgl. Kapitel 4.5.2.

Um Referenzwerte zu bestimmen, wurde versucht, jede der 512 Testinstanzen des GLMSP-NL zusätzlich direkt zu lösen. Da sich dies, wie auch beim GLMSP, als sehr zeitaufwendig erwies, wurde CPLEX als Startlösung die von der Fix&Optimize-Heuristik beste gefundene Lösung zur Beschleunigung des Branch&Bound-Algorithmus vorgegeben. CPLEX wurde dann eine Stunde Rechenzeit gegeben für jede der 256 Testinstanzen der Problemklassen A1 und A2 und jeweils zehn Stunden Rechenzeit für die 256 Testinstanzen der Problemklassen B1 und B2. Es wurden vier parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz und 32 GB RAM verwendet, um Referenzlösungen zu finden, die besser sind, als die bereits von der Fix&Optimize-Heuristik gefundene Lösung. Die Zielfunktionswerte der Referenzlösung werden mit  $Z^{CPLEX}$  bezeichnet.

Zunächst wurde wie auch in Kapitel 4 ermittelt, welche Variante der Fix&Optimize-Heuristik die besten Ergebnisse liefert und im weiteren Verlauf für die numerischen Untersuchungen des GLMSP-NL verwendet wird.

Dazu wurden analog zu den vorhergehenden numerischen Untersuchungen des GLMSP und des GLMSP-MC die beiden produktorientierten Dekompositionsstrategien PoD1 und PoD2 sowie die ressourcenorientierte Dekomposition mit verschiedenen Werten für die Parameter  $\kappa$  und  $\lambda$  getestet. Zusätzlich wurden noch zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition getestet, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.

Diese Dekompositionsstrategien wurden für alle vier Problemklassen getestet. Zur Berechnung der unteren Schranke wurde CPLEX eine Maximalzeit von einer Minute gegeben.

*DZeit* gibt die durchschnittlich benötigte Zeit in Sekunden über alle 128 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an. *DAUS* gibt die durchschnittliche relative Abweichung in % von der unteren Schranke über alle 128 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an.

Eine Übersicht der Ergebnisse findet sich in den Tabellen 5.11 und 5.12. Für Problemklasse A1 besitzt die produktorientierte Dekomposition, bei der alle Produktkombinationen durchlaufen werden (PoD1), die geringste durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* von 73,3 %, gefolgt von

*Tabelle 5.11:* Verschiedene F&O-Heuristik Ansätze für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-NL

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse A1 ( $H = 2$ ) |             | Klasse A2 ( $H = 4$ ) |               |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------|-----------------------|---------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)    | DZeit (s)             | DAUS (%)      |
| PoD1                                  | 209,25                | 73,3        | 257,47                | 227,74        |
| PoD2                                  | 109,88                | 79,5        | 132,43                | 284,22        |
| RoD-3-1                               | 138,49                | 96,5        | 146,95                | 370,70        |
| RoD-3-2                               | 72,94                 | 99,1        | 77,11                 | 475,10        |
| RoD-6-1                               | 130,92                | 81,0        | 180,86                | 282,10        |
| RoD-6-2                               | 94,01                 | 81,9        | 129,07                | 281,80        |
| RoD-6-3                               | 66,46                 | 85,3        | 90,23                 | 295,75        |
| PoD2 + RoD-6-3                        | 168,62                | 76,4        | 203,20                | 236,16        |
| <b>RoD-6-3 + PoD2</b>                 | <b>164,19</b>         | <b>76,0</b> | <b>214,37</b>         | <b>250,62</b> |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

*Tabelle 5.12:* Verschiedene F&O-Heuristik Ansätze für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-NL

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse B1 ( $H = 2$ ) |               | Klasse B2 ( $H = 4$ ) |                |
|---------------------------------------|-----------------------|---------------|-----------------------|----------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)      | DZeit (s)             | DAUS (%)       |
| PoD1                                  | 1326,70               | 206,46        | 1375,08               | 2649,72        |
| PoD2                                  | 672,93                | 210,88        | 685,10                | 3182,59        |
| RoD-3-1                               | 625,61                | 292,18        | 793,84                | 6515,68        |
| RoD-3-2                               | 326,66                | 405,21        | 400,73                | 6789,62        |
| RoD-6-1                               | 681,33                | 235,43        | 899,28                | 6355,84        |
| RoD-6-2                               | 514,90                | 234,67        | 641,56                | 6496,59        |
| RoD-6-3                               | 349,51                | 314,68        | 445,43                | 6601,61        |
| PoD2 + RoD-6-3                        | 1011,84               | 215,28        | 1129,65               | 2732,77        |
| <b>RoD-6-3 + PoD2</b>                 | <b>1002,20</b>        | <b>203,64</b> | <b>1131,80</b>        | <b>2343,48</b> |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

den kombinierten Strategien RoD-6-3+PoD2 und PoD2+RoD-6-3 mit einem Wert von 76,0 % bzw. 76,4 %.<sup>47</sup>

Die durchschnittlich benötigte Zeit *DZeit* liegt bei der produktorientierten Dekomposition PoD1 aber um ca. 25 % höher als bei den kombinierten Strategien.

Für Problemklasse A2 hat ebenfalls die Strategie PoD1 die geringste Abweichung *DAUS* von 227,74 %, gefolgt von den kombinierten Strategien PoD2+RoD-6-3 und RoD-6-3+PoD2 mit einem Wert von 250,62 % bzw. 236,16 %. Allerdings liegt auch hier die durchschnittlich benötigte Zeit *DZeit* bei der produktorientierten Dekomposition PoD1 um ca. 20 - 25 % höher als bei den kombinierten Strategien.

Für die Problemklassen B1 und B2 liefert die kombinierte Strategie RoD-6-3+PoD2 die geringste Abweichung *DAUS* von 203,64 % bzw. 2343,48 % in der kürzesten Zeit, gefolgt von der produktorientierten Strategie PoD1 und der kombinierten Strategie PoD2+RoD-6-3, wobei die produktorientierte Strategie PoD1 im Durchschnitt ca. 25 % mehr Zeit *DZeit* benötigt als die beiden genannten kombinierten Strategien.

Die Kombination der ressourcenorientierten Dekomposition mit einem Zeitfenster von sechs Mikroperioden und einer Verschiebung von drei Mikroperioden mit der produktorientierten Dekomposition, bei der nur ein Teil der Produktkombinationen durchlaufen wird (RoD-6-3+PoD2), hat dabei über alle Klassen im Hinblick auf die durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* in Relation zur durchschnittlichen benötigten Zeit *DZeit* die besten Ergebnisse geliefert und wird im Folgenden für die numerischen Untersuchungen verwendet.

In den Tabellen 5.13 und 5.14 werden die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen A1 und A2 und in den Tabellen 5.15 und 5.16 die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen B1 und B2 vorgestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die verwendete Fix&Optimize-Heuristik alle vier Problemklassen lösen kann. Auch wenn CPLEX eine gute Startlösung und viel zusätzliche Rechenzeit gegeben wird, kann es die gefundene Lösung der Fix&Optimize-Heuristik im Durchschnitt (*DAbwCpx*) nur um 3,29 % bzw. 1,53 % für Problemklasse A1 bzw. A2 und 1,83 % bzw. 2,55 % für Problemklasse B1 bzw. B2 verbessern. Für die Problemklassen B1 und B2 sind die relativen Abweichungen zur unteren Schranke relativ groß, was an den schwachen unteren

---

47 Die sehr schlechten unteren Schranken sind darauf zurückzuführen, dass CPLEX nur eine Zeit von einer Minute gegeben wurde, um die unteren Schranken zu bestimmen. Die unteren Schranken liefern daher nur eine Indikation, welche Dekompositionsstrategie in Relation zu einer anderen Strategie bessere Werte liefert. Sie sagen nichts über die Leistungsfähigkeit des Lösungsalgorithmus an sich aus.



Schranken der LP-Relaxation liegen kann.

Die durchschnittliche Rechenzeit  $DZeit$  der Fix&Optimize-Heuristik wird bei Problemklasse A1 und B1 stark durch die Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (TBM) beeinflusst. So führt eine kürzere Zeit zwischen zwei Instandhaltungen zu einer deutlich höheren durchschnittlichen Rechenzeit. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mehr Instandhaltungsvorgänge eingeplant werden müssen.

In den Problemklassen A2 und B2 ist dieser Einfluss nicht so stark, was daran liegen kann, dass die Anzahl der Linearisierungsabschnitte doppelt so hoch ist, was zu einer deutlich höheren Variablenanzahl gegenüber den Problemklassen A1 und B1 führt.

Die durchschnittliche Abweichung von der unteren Schranke  $DAUS$  der Fix&Optimize-Heuristik wird bei allen Problemklassen, wie auch schon beim GLMSP-MC, stark durch die Art der Instandhaltung beeinflusst. So ist die durchschnittliche Abweichung bei Problemen mit partieller Instandhaltung deutlich niedriger als bei den Modellen mit vollständiger Instandhaltung, es wird aber, anders als beim GLMSP-MC, im Durchschnitt deutlich mehr Zeit  $DZeit$  benötigt.

Der Vergleich der durchschnittlichen Kosten  $DBestLsg$  des simultanen Ansatzes untereinander für die verschiedenen Testparameter und Modellannahmen zeigt, dass die Kosten mit steigender Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (TBM) wie auch beim GLMSP und GLMSP-MC sinken.

Es ist ebenfalls ersichtlich, dass bei einer konkaven Abnutzungsfunktion der Zielfunktionswert größer ist als bei einer Abnutzungsfunktion mit Wendepunkt.

Der Vergleich der verschiedenen Modellannahmen ergibt, wie auch beim GLMSP und GLMSP-MC, dass die Kosten bei vollständiger Instandhaltung höher liegen als bei partieller Instandhaltung, bei serieller höher als bei paralleler Instandhaltung und bei Rüstverlust höher als bei Rüsterhalt.

Im GLMSP-NL werden Rüst-, Produktions- und Instandhaltungsmaßnahmen simultan geplant. Um die Vorteile einer solchen simultanen Planung aufzuzeigen, sollen die Ergebnisse auch hier analog zu Kapitel 4 und Kapitel 5.1 mit zwei anderen, nicht-simultanen Ansätzen verglichen werden. Diese spiegeln zum Teil die Vorgehensweise separater Produktions- und Instandhaltungsplanung in der Industrie wider.

Im Durchschnitt liegen die Kosten beim sequentiellen Ansatz (SA) und beim unabhängigen Ansatz (UA) um 1091,53 % bzw. 1957,46 % für Problemklasse A1,

1295,21 % bzw. 2442,13 % für Problemklasse A2, 201,31 % bzw. 472,76 % für Problemklasse B1 und 374,74 % bzw. 1493,94 % für Problemklasse B2 höher als beim simultanen Ansatz, sogar wenn nur ein kleiner Teil der Nachfrage 3,26 % bzw. 5,70 % für Problemklasse A1, 4,78 % bzw. 8,43 % für Problemklasse A2, 0,64 % bzw. 1,48 % für Problemklasse B1 und 1,64 % bzw. 5,83 % für Problemklasse B2 durch Fremdbezug bedient wird. Dies liegt an den hohen Strafkosten *ce* für den Fremdbezug.

Der Kostenzuwachs für die Problemklassen A1 und A2 ist deutlich höher als für die Problemklassen B1 und B2. Dies liegt daran, dass in den Problemklassen B1 und B2, wie auch schon im GLMSP und GLMSP-MC, die Anzahl der Produkte und Perioden deutlich höher ist, was zu einem größeren Lösungsraum und mehr Möglichkeiten führt, Instandhaltungsmaßnahmen in einen schon teilweise geplanten Produktionsplan einzufügen.

Auch fällt der Kostenzuwachs beim unabhängigen Ansatz (UA) für alle Problemklassen, wie auch schon beim GLMSP und GLMSP-MC, höher aus als beim sequentiellen Ansatz (SA), was zu erwarten war.

In Bezug auf die Problemklassen A1 und B1 fällt auf, dass im Fall einer längeren Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (TBM=2) fast kein Fremdbezug benötigt wird, was damit zu begründen ist, dass insgesamt weniger Instandhaltungsmaßnahmen über den vorgegebenen Zeitraum einzuplanen sind, was ebenfalls zu einem größeren Lösungsraum führt.

Tabelle 5.13: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-NL

|  | #   | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|--|-----|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|  |     | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI                                      | 128 | 182,92        | 76,73       | 3605,14      | 70,24       | 3,29           | 6936,58  | 1091,53              | 3,26                | 1957,46             | 5,70                |
| TBM=0.5                                      | 64  | 233,61        | 58,92       | 3604,43      | 56,89       | 1,24           | 7598,03  | 2101,14              | 6,29                | 3581,91             | 10,46               |
| TBM=2  | 64  | 132,23        | 94,54       | 3605,85      | 83,58       | 5,34           | 6275,12  | 81,93                | 0,22                | 333,02              | 0,94                |
| $cm^{rel} = 0.5$                             | 64  | 180,32        | 73,92       | 3605,00      | 68,19       | 2,95           | 4678,89  | 1430,23              | 3,26                | 2565,12             | 5,70                |
| $cm^{rel} = 2$                               | 64  | 185,52        | 79,55       | 3605,27      | 72,29       | 3,63           | 9194,26  | 752,84               | 3,26                | 1349,81             | 5,70                |
| konkav:<br>gleiche $a_k$<br>ungleiche $a_k$  | 32  | 207,14        | 85,15       | 3604,77      | 70,35       | 7,14           | 6797,63  | 1318,05              | 3,85                | 2537,48             | 7,25                |
|  | 32  | 167,24        | 70,85       | 3604,07      | 68,98       | 1,08           | 7102,64  | 1187,20              | 3,65                | 1835,32             | 5,50                |
| Wendep.:<br>gleiche $a_k$<br>ungleiche $a_k$ | 32  | 205,11        | 79,85       | 3605,41      | 71,87       | 4,15           | 6782,23  | 973,68               | 2,81                | 1958,61             | 5,57                |
|  | 32  | 152,19        | 71,07       | 3606,29      | 69,75       | 0,79           | 7063,82  | 887,21               | 2,71                | 1498,43             | 4,48                |
| MOD 1/1/1                                    | 16  | 232,72        | 24,31       | 3603,46      | 23,06       | 1,08           | 5165,60  | 124,98               | 0,26                | 621,08              | 1,31                |
| MOD 1/1/0                                    | 16  | 186,40        | 27,46       | 3607,27      | 25,60       | 1,47           | 5169,49  | 6,02                 | 0,00                | 619,55              | 1,31                |
| MOD 1/0/1                                    | 16  | 154,50        | 127,91      | 3603,41      | 115,07      | 5,52           | 8292,61  | 387,89               | 1,19                | 891,72              | 2,71                |
| MOD 1/0/0                                    | 16  | 151,23        | 121,06      | 3607,02      | 114,03      | 3,28           | 8212,58  | 193,47               | 0,57                | 729,71              | 2,19                |
| MOD 0/1/1                                    | 16  | 239,85        | 42,63       | 3606,81      | 41,95       | 0,51           | 5794,46  | 2141,89              | 5,74                | 3365,13             | 8,99                |
| MOD 0/1/0                                    | 16  | 219,88        | 45,78       | 3610,83      | 44,53       | 0,86           | 5774,17  | 2120,35              | 5,63                | 3395,75             | 8,99                |
| MOD 0/0/1                                    | 16  | 142,06        | 110,39      | 3600,03      | 96,51       | 6,91           | 8609,96  | 2013,45              | 6,81                | 3060,67             | 10,26               |
| MOD 0/0/0                                    | 16  | 136,71        | 114,32      | 3602,27      | 101,15      | 6,70           | 8473,76  | 1744,21              | 5,83                | 2976,09             | 9,87                |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2359 Mengeneinheiten)

Tabelle 5.14: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-NL

|                  | #   | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DabwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|------------------|-----|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                  |     | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DabwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DabwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI          | 128 | 220,07        | 143,29      | 3601,61      | 139,75      | 1,53           | 9057,09  | 1295,21              | 4,78                | 2442,13             | 8,43                |
| TBM=0.5          | 64  | 225,80        | 100,54      | 3600,08      | 97,46       | 1,53           | 8271,20  | 2017,36              | 6,57                | 3939,23             | 12,55               |
| TBM=2            | 64  | 214,35        | 186,04      | 3603,14      | 182,05      | 1,52           | 9842,98  | 573,05               | 2,98                | 945,04              | 4,30                |
| $cm^{rel} = 0.5$ | 64  | 223,16        | 144,08      | 3601,42      | 139,79      | 1,68           | 5736,15  | 1745,88              | 4,78                | 3248,89             | 8,41                |
| $cm^{rel} = 2$   | 64  | 216,99        | 142,50      | 3601,80      | 139,72      | 1,37           | 12378,04 | 844,54               | 4,78                | 1635,38             | 8,44                |
| konkav:          |     |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| gleiche $a_k$    | 32  | 221,98        | 167,08      | 3601,94      | 163,44      | 1,38           | 8445,11  | 1465,85              | 4,86                | 2710,07             | 8,46                |
| ungleiche $a_k$  | 32  | 223,53        | 128,96      | 3601,37      | 126,42      | 1,48           | 9882,75  | 1292,62              | 5,30                | 2390,48             | 9,33                |
| Wendep.:         |     |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| gleiche $a_k$    | 32  | 214,71        | 155,69      | 3602,38      | 150,82      | 1,88           | 8363,14  | 1211,71              | 4,09                | 2316,25             | 7,26                |
| ungleiche $a_k$  | 32  | 220,09        | 121,42      | 3600,75      | 118,34      | 1,36           | 9537,38  | 1210,65              | 4,87                | 2351,72             | 8,66                |
| MOD 1/1/1        |     |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| MOD 1/1/1        | 16  | 270,83        | 40,33       | 3602,15      | 37,71       | 1,92           | 4739,32  | 132,40               | 0,24                | 631,95              | 1,22                |
| MOD 1/1/0        | 16  | 270,77        | 43,58       | 3603,50      | 41,00       | 1,84           | 4750,34  | 24,23                | 0,02                | 501,06              | 0,98                |
| MOD 1/0/1        | 16  | 214,00        | 286,00      | 3600,14      | 282,60      | 1,09           | 12566,98 | 746,01               | 3,58                | 1419,02             | 6,49                |
| MOD 1/0/0        | 16  | 214,19        | 277,67      | 3600,71      | 268,46      | 2,54           | 12099,33 | 634,85               | 2,92                | 1179,05             | 5,21                |
| MOD 0/1/1        | 16  | 265,40        | 67,18       | 3602,51      | 65,83       | 0,85           | 6123,11  | 2096,40              | 5,97                | 4240,64             | 11,78               |
| MOD 0/1/0        | 16  | 267,93        | 66,93       | 3603,76      | 65,61       | 0,82           | 6092,83  | 2081,07              | 5,86                | 4275,93             | 11,78               |
| MOD 0/0/1        | 16  | 120,08        | 190,81      | 3600,05      | 188,88      | 0,72           | 13320,48 | 2396,87              | 10,55               | 3564,94             | 15,27               |
| MOD 0/0/0        | 16  | 137,40        | 173,80      | 3600,06      | 167,94      | 2,44           | 12764,37 | 2249,83              | 9,08                | 3724,47             | 14,68               |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2359 Mengeneinheiten)

Tabelle 5.15: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-NL

| #                | TI | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|------------------|----|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                  |    | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI          |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 128              |    | 1047,15       | 205,82      | 36007,54     | 198,48      | 1,83           | 29586,35 | 201,31               | 0,64                | 472,76              | 1,48                |
| TBM=0.5          |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 64               |    | 1135,94       | 169,19      | 36009,07     | 166,03      | 0,93           | 29792,34 | 385,95               | 1,20                | 795,96              | 2,41                |
| TBM=2            |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 64               |    | 958,37        | 242,46      | 36006,01     | 230,92      | 2,74           | 29380,36 | 16,67                | 0,08                | 149,56              | 0,56                |
| $cm^{rel} = 0.5$ |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 64               |    | 1058,04       | 260,15      | 36008,61     | 251,70      | 1,89           | 19472,11 | 264,73               | 0,63                | 647,63              | 1,55                |
| $cm^{rel} = 2$   |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 64               |    | 1036,27       | 151,50      | 36006,48     | 145,25      | 1,77           | 39700,59 | 137,89               | 0,65                | 297,89              | 1,41                |
| konkav:          |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| gleiche $a_k$    |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 32               |    | 1107,79       | 256,45      | 36003,37     | 247,80      | 1,76           | 30495,38 | 98,81                | 0,36                | 485,68              | 1,66                |
| ungleiche $a_k$  |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 32               |    | 966,41        | 169,38      | 36012,30     | 165,51      | 1,22           | 29362,37 | 96,25                | 0,33                | 228,50              | 0,72                |
| Wendep.:         |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| gleiche $a_k$    |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 32               |    | 1114,39       | 231,75      | 36004,76     | 220,12      | 2,66           | 29220,33 | 306,83               | 0,93                | 754,05              | 2,24                |
| ungleiche $a_k$  |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 32               |    | 1000,02       | 165,71      | 36009,73     | 160,47      | 1,67           | 29267,32 | 303,37               | 0,94                | 422,80              | 1,30                |
| MOD 1/1/1        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1101,30       | 121,45      | 36009,99     | 121,30      | 0,10           | 21855,61 | 44,49                | 0,10                | 69,03               | 0,16                |
| MOD 1/1/0        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1047,36       | 121,32      | 36010,91     | 120,92      | 0,15           | 21829,49 | 0,11                 | 0,00                | 2,04                | 0,02                |
| MOD 1/0/1        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1014,67       | 297,07      | 36007,19     | 279,36      | 4,09           | 36715,62 | 179,87               | 0,66                | 402,36              | 1,38                |
| MOD 1/0/0        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1004,67       | 282,35      | 36011,01     | 269,48      | 3,06           | 36417,58 | 117,58               | 0,43                | 319,02              | 1,10                |
| MOD 0/1/1        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1125,85       | 132,51      | 36003,51     | 132,24      | 0,11           | 22357,11 | 373,47               | 0,90                | 677,73              | 1,58                |
| MOD 0/1/0        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1088,31       | 128,24      | 36006,07     | 127,62      | 0,24           | 22398,18 | 187,68               | 0,49                | 491,16              | 1,19                |
| MOD 0/0/1        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 981,29        | 277,34      | 36005,40     | 265,19      | 3,26           | 37872,77 | 356,53               | 1,27                | 916,11              | 3,21                |
| MOD 0/0/0        |    |               |             |              |             |                |          |                      |                     |                     |                     |
| 16               |    | 1013,78       | 286,49      | 36006,27     | 271,59      | 3,83           | 37244,43 | 350,99               | 1,27                | 904,64              | 3,24                |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (8939 Mengeneinheiten)

Tabelle 5.16: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-NL

| #                | F&O-Heuristik |               | CPLEX       |              | DAbwCpx<br>(%) | DBest.sg | Sequentieller Ansatz |                    | Unabhängiger Ansatz |                    |
|------------------|---------------|---------------|-------------|--------------|----------------|----------|----------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
|                  | TI            | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) |                |          | DAUS<br>(%)          | DAbwBest.sg<br>(%) | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBest.sg<br>(%) |
| alle TI          | 128           | 1160,06451,61 | 36116,38    | 433,71       | 2,55           | 36510,30 | 374,74               | 1,64               | 1493,94             | 5,83               |
| TBM=0,5          | 64            | 1183,12381,86 | 36201,99    | 360,16       | 3,58           | 33419,64 | 432,32               | 1,50               | 2151,20             | 7,13               |
| TBM=2            | 64            | 1137,01521,36 | 36030,76    | 507,25       | 1,52           | 39600,96 | 317,16               | 1,77               | 836,68              | 4,54               |
| $cm^{rel} = 0,5$ | 64            | 1181,41548,50 | 36036,47    | 528,39       | 2,36           | 23311,68 | 511,58               | 1,63               | 1965,56             | 5,77               |
| $cm^{rel} = 2$   | 64            | 1138,72354,72 | 36196,28    | 339,03       | 2,74           | 49708,93 | 237,90               | 1,64               | 1022,32             | 5,90               |
| konkav:          |               |               |             |              |                |          |                      |                    |                     |                    |
| gleiche $a_k$    | 32            | 1149,91553,99 | 36059,46    | 532,76       | 2,35           | 35335,47 | 249,19               | 1,22               | 1196,09             | 4,47               |
| ungleiche $a_k$  | 32            | 1151,27361,73 | 36013,47    | 353,10       | 1,67           | 38440,82 | 365,26               | 1,80               | 1761,36             | 7,41               |
| Wendep.:         |               |               |             |              |                |          |                      |                    |                     |                    |
| gleiche $a_k$    | 32            | 1167,18542,65 | 36008,39    | 516,86       | 3,11           | 34880,13 | 426,56               | 1,61               | 1373,85             | 4,91               |
| ungleiche $a_k$  | 32            | 1171,90348,08 | 36384,18    | 332,12       | 3,07           | 37384,80 | 457,96               | 1,91               | 1644,46             | 6,55               |
| MOD 1/1/1        | 16            | 1205,57160,38 | 36023,15    | 159,69       | 0,25           | 19107,96 | 76,18                | 0,15               | 250,69              | 0,50               |
| MOD 1/1/0        | 16            | 1210,83155,00 | 36058,91    | 154,00       | 0,32           | 19143,49 | 1,73                 | 0,00               | 80,80               | 0,15               |
| MOD 1/0/1        | 16            | 1130,61715,28 | 36000,57    | 682,73       | 5,11           | 52111,02 | 579,11               | 2,98               | 1323,70             | 6,66               |
| MOD 1/0/0        | 16            | 1129,62735,14 | 36771,66    | 692,75       | 5,69           | 53164,44 | 462,98               | 2,43               | 1178,33             | 5,94               |
| MOD 0/1/1        | 16            | 1204,49192,86 | 36057,39    | 190,81       | 0,39           | 21240,05 | 370,42               | 0,88               | 2255,79             | 5,75               |
| MOD 0/1/0        | 16            | 1216,27194,68 | 36010,75    | 193,75       | 0,30           | 21128,50 | 297,22               | 0,72               | 2201,56             | 5,49               |
| MOD 0/0/1        | 16            | 1076,70711,23 | 36001,87    | 683,21       | 3,79           | 52005,10 | 673,64               | 3,23               | 2535,27             | 11,79              |
| MOD 0/0/0        | 16            | 1106,42750,33 | 36006,71    | 710,72       | 5,31           | 54181,86 | 536,63               | 2,69               | 2125,38             | 10,39              |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (8939 Mengeneinheiten)

## **6 Ein generelles Produktions- und Instandhaltungsplanungsmodell für mehrere Ressourcen mit einer verschleißbehafteten Komponente mit gemeinsamen Instandhaltungsteams**

### **6.1 Modellannahmen für mehrere Ressourcen mit gemeinsamen Instandhaltungsteams**

Instandhaltungsmaßnahmen werden von Instandhaltungsteams durchgeführt, die ebenfalls nur eine begrenzte Kapazität besitzen und nicht unbegrenzt zur Verfügung stehen. Daher ist es notwendig, die Kapazitätsplanung der Instandhaltungsteams in die simultane Produktions- und Instandhaltungsplanung zu integrieren.

Durch die parallele Kapazitätsplanung ist es notwendig, modellendogen über Start- und Endzeitpunkte der Instandhaltungsmaßnahmen zu entscheiden, um eine Verknüpfung zur Kapazitätsplanung der Produktionsressourcen zu bekommen, vergleiche Abbildung 6.1.

Es wird dabei ein ähnlicher Ansatz verfolgt wie bei Tempelmeier und Buschkuehl (2008) und Copil und Tempelmeier (2016). Tempelmeier und Buschkuehl (2008) haben ein Small-Bucket-Losgrößenmodell mit einer gemeinsamen Rüstressource entwickelt, die mehrere nicht-parallele Produktionsressourcen bedient. Copil und Tempelmeier (2016) haben basierend auf den numerischen Ergebnissen von Tempelmeier und Buschkuehl (2008) ein Big-Bucket-Modell entwickelt, welches eine erweiterte Problemstellung abbildet, jedoch deutlich weniger Rechenzeit benötigt.

Die folgenden die Produktion und die Instandhaltung betreffenden Modellannahmen A1 bis A21 gelten für das in diesem Kapitel vorgestellte Modell:

A1 Es werden  $k = 1, \dots, K$  verschiedene Produkte produziert.

A2 Die Produktion findet auf  $r = 1, \dots, R$  verschiedenen Ressourcen statt.

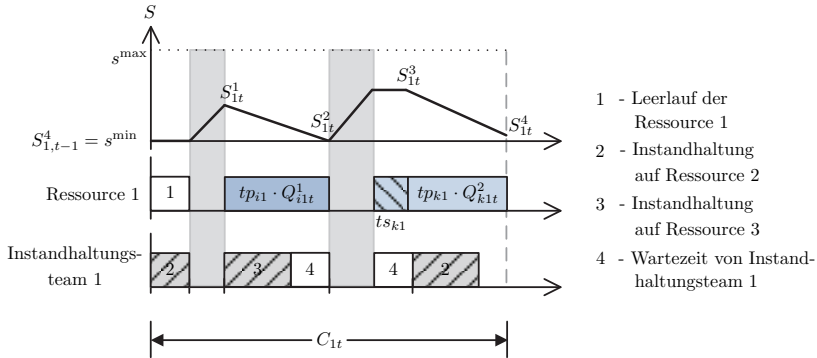


Abbildung 6.1: Parallele Kapazitätsplanung von Produktionsressourcen und Instandhaltungsteams

- A3 Der Planungszeitraum ist in  $\tau = 1, \dots, P$  Makroperioden unterteilt. Jede Makroperiode  $\tau$  besteht aus  $K/R + K/p$  aufeinanderfolgenden Mikroperioden  $t$ . Daraus ergeben sich  $t = 1, \dots, T = P \cdot (K/R + K/p)$  Mikroperioden. Die Menge  $\mathcal{TM} = \{K, 2K, \dots, T\}$  beinhaltet die letzte Mikroperiode  $t$  jeder Makroperiode  $\tau$  und die Mengen  $\mathcal{TP}_\tau$  beschreiben jeweils die Mikroperioden  $t$  in einer Makroperiode  $\tau$ .
- A4 Die Nachfrage  $d_{kt}$  ist für jedes Produkt  $k$  und jede letzte Mikroperiode  $t \in \mathcal{TM}$  der  $P$  Makroperioden in Mengeneinheiten gegeben. Die Nachfrage muss befriedigt werden. Ist dies nicht durch die Produktion möglich, so können die benötigten Produkte auch fremdbezogen werden. Der Fremdbezug einer Mengeneinheit von Produkt  $k$  verursacht Kosten in Höhe von  $ce_k$  Geldeinheiten.
- A5 Die Produktion der  $K$  Produkte findet auf Ressourcen mit begrenzter exogen gegebener Kapazität  $c_\tau$  pro Makroperiode  $\tau$  statt. Die Kapazität jeder Ressource  $r$   $C_{rt}$  in jeder Mikroperiode  $t$  und folglich auch deren Länge wird endogen bestimmt.
- A6 Nicht jedes Produkt  $k$  kann auf jeder Ressource  $r$  hergestellt werden. Welches Produkt auf welcher Ressource gefertigt werden kann, ist exogen vorgegeben.
- A7 Die Produktionszeit pro Mengeneinheit von Produkt  $k$  beträgt  $tp_{kr}$  Zeiteinheiten.



- A8 Das Rüsten der Ressource für Produkt  $k$  verursacht Rüstkosten  $cs_k$  in Geldeinheiten und benötigt Rüstzeit (Kapazität)  $ts_k$  in Zeiteinheiten auf der Ressource.
- A9 Maximal ein Rüstvorgang pro Mikroperiode  $t$  pro Ressource  $r$  ist erlaubt. Der Rüstzustand kann in die nächste Mikroperiode  $t + 1$  übernommen werden. Folglich können maximal zwei verschiedene Produkte pro Mikroperiode pro Ressource produziert werden.  $Q_{krt}^1$  gibt die Produktionsmenge von Produkt  $k$  auf Ressource  $r$  am Anfang von Mikroperiode  $t$  an. Die Produktionsmenge von Produkt  $k$  am Ende von Mikroperiode  $t$  auf Ressource  $r$  ist gegeben durch  $Q_{krt}^2$ .
- A10 Der Lagerbestand von Produkt  $k$  am Ende einer Mikroperiode  $t$  ist gegeben durch  $I_{kt}$ . Das Lagern einer Mengeneinheit von Produkt  $k$  pro Makroperiode verursacht Kosten in Höhe von  $ci_k$  Geldeinheiten.
- A11 Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource liegt zwischen dem Minimalzustand  $s^{\min}$  und dem Maximalzustand  $s^{\max}$ .
- A12 Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente wird um  $a_{kr}$  Einheiten reduziert für jede produzierte Mengeneinheit von Produkt  $k$  auf Ressource  $r$ .
- A13 Instandhaltungsmaßnahmen können durchgeführt werden, um den Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource zu verbessern, wenn er unter dem Maximum  $s^{\max}$  liegt.
- A14 Wenn der Zustand der verschleißbehafteten Komponente einer Ressource  $r$  den Minimalzustand  $s^{\min}$  erreicht, stoppt die Produktion auf dieser Ressource bis eine Instandhaltungsmaßnahme den Zustand wieder erhöht.
- A15 Es können maximal zwei Instandhaltungsmaßnahmen pro Mikroperiode  $t$  pro Ressource  $r$  stattfinden, am Anfang der Mikroperiode vor der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$  und nach der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$ , was im Zeitablauf vor der Produktion der Menge  $Q_{krt}^2$  ist.
- A16 Die Instandhaltungsmaßnahmen können den Rüstzustand der Ressourcen entweder beeinflussen ( $\alpha = 0$ ) oder nicht beeinflussen ( $\alpha = 1$ ). Wenn der Rüstzustand beeinflusst wird, findet maximal eine Instandhaltungsmaßnahme pro Mikroperiode  $t$  statt, und zwar nach der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$ . Falls eine Instandhaltungsmaßnahme durchgeführt wird, muss danach erst neu für ein Produkt gerüstet werden, bevor weiter produziert werden kann.

- A17 Die Instandhaltung wird durch  $f = 1, \dots, F$  Instandhaltungsteams durchgeführt.
- A18 Der Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressourcen wird entweder partiell, um ein ganzzahliges Vielfaches  $pm$  ( $\beta = 1$ ), oder vollständig ( $\beta = 0$ ) bis zum maximalen Zustand  $s^{\max}$  erhöht.
- A19 Im Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) geben die ganzzahligen Variablen  $U_{f,rt}^1$  und  $U_{f,rt}^2$  die geplante Anzahl an partiellen Instandhaltungseinheiten  $pm$  auf Ressource  $r$  von Team  $f$  in der Mikroperiode  $t$  wieder, die vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{k,rt}^1$  stattfinden. Jede Einheit partieller Instandhaltung benötigt  $tm_r$  Zeiteinheiten Kapazität auf der jeweiligen Ressource  $r$  und verursacht partielle Instandhaltungskosten  $cm_r$  pro Mengeneinheit.
- A20 Im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) verursacht eine vollständige Instandhaltungsmaßnahme Kosten  $cv_r$  in Geldeinheiten und benötigt  $tv_r$  Zeiteinheiten, unabhängig vom Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource vor der Instandhaltung.  
Die Binärvariablen  $\mu_{f,rt}^1$  und  $\mu_{f,rt}^2$  geben an, ob eine vollständige Instandhaltungsmaßnahme von Team  $f$  vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{k,rt}^1$  in Mikroperiode  $t$  geplant ist.  
Die Variablen  $SI_{rt}^1$  bzw.  $SI_{rt}^2$  geben den Zustandszuwachs der verschleißbehafteten Komponente der Ressource  $r$  durch eine Instandhaltungsmaßnahme vor bzw. nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{k,rt}^1$  an, der benötigt wird, um den Maximalzustand  $s^{\max}$  zu erreichen.
- A21 Die Instandhaltungsmaßnahmen können entweder seriell ( $\gamma = 1$ ) oder parallel ( $\gamma = 0$ ) zum Rüstvorgang erfolgen. Im Fall von paralleler Instandhaltung erfolgen die Instandhaltungsmaßnahmen nach der ersten Produktionsmenge  $Q_{kt}^1$  vor bzw. parallel zum Rüstvorgang, wenn ein Rüstvorgang stattfindet. Es ergibt sich dabei ein Kapazitätsgewinn  $CB_t$ , der maximal der Dauer des Rüstvorgangs bzw. der Dauer der Instandhaltung entspricht.

Um den Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource über die Zeit zu verfolgen, werden vier verschiedene Variablen verwendet, die sich auf verschiedene Zeitpunkte in einer Mikroperiode  $t$  beziehen.

Die Variable  $S_{rt}^1$  gibt den Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource  $r$  direkt vor dem Beginn der Produktion der Menge  $Q_{k,rt}^1$  an, wohingegen die Variable  $S_{rt}^2$  den Zustand direkt nach Ende der Produktion der Menge  $Q_{k,rt}^1$  angibt. In gleicher Weise gibt die Variable  $S_{rt}^3$  den Zustand direkt vor der

Produktion der Menge  $Q_{krt}^2$  und  $S_{rt}^4$  den Zustand am Ende der Mikroperiode  $t$  an.

Die Notation, die für das im folgenden Abschnitt beschriebene Modell verwendet wird, lautet wie folgt:

### Indizes und Mengen

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $f \in \mathcal{F}$       | Menge der Instandhaltungsteams, $\mathcal{F} = \{1, \dots, F\}$   |
| $k \in \mathcal{K}$       | Menge der Produkte, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$   |
| $r \in \mathcal{R}$       | Menge der Ressourcen, $\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$   |
| $t \in \mathcal{T}$       | Menge der Mikroperioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$  |
| $\tau \in \mathcal{P}$    | Menge der Makroperioden, $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$  |
| $t \in \mathcal{TM}$      | Untermenge der $K$ -ten Mikroperioden, $\mathcal{TM} = \{K, 2 \cdot K, \dots, T\}$  |
| $t \in \mathcal{TP}_\tau$ | Untermengen der Mikroperioden der Makroperiode $\tau$ , $\mathcal{TP}_\tau = \{K \cdot (\tau - 1) + 1, \dots, K \cdot \tau\}$ |

### Parameter

|            |  |
|------------|--|
| $a_{kr}$   | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente von Ressource $r$ pro produzierter ME von Produkt $k$                    |
| $c_\tau$   | Verfügbare Kapazität in Makroperiode $\tau$  |
| $ce_k$     | Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE   |
| $ci_k$     | Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE  |
| $cm_r$     | Kosten einer Mengeneinheit partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$             |
| $cs_{kr}$  | Rüstkosten für Produkt $k$ auf Ressource $r$ in GE   |
| $cv_r$     | Kosten für eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$                      |
| $d_{kt}$   | Nachfrage nach Produkt $k$ in Mikroperiode $t$   |
| $I_{k0}$   | Anfangslagerbestand von Produkt $k$  |
| $p$        | Hilfsparameter zur Bestimmung der Anzahl der Mikroperioden je Makroperiode in Abhängigkeit von der Anzahl der Produkte |
| $pm$       | Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung   |
| $s_0$      | Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente   |
| $s^{\min}$ | Minimalzustand der verschleißbehafteten Komponente   |
| $s^{\max}$ | Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente   |
| $tm_r$     | Zeit, die für eine ME partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ benötigt wird    |
| $tp_{kr}$  | Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$ auf Ressource $r$  |

|           |  |
|-----------|--|
| $ts_{kr}$ | Rüstzeit für Produkt $k$ auf Ressource $r$   |
| $tv_r$    | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ benötigt wird |

### Binäre Inzidenzparameter

|          |  |
|----------|--|
| $\alpha$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung erhalten wird} \\ 0, & \text{wenn der Rüstzustand während der Instandhaltung verloren geht} \end{cases}$ |
| $\beta$  | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung möglich ist} \\ 0, & \text{wenn vollständige Instandhaltung möglich ist} \end{cases}$                                      |
| $\gamma$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn nur serielles Rüsten und Instandhalten möglich ist} \\ 0, & \text{wenn auch paralleles Rüsten und Instandhalten möglich ist} \end{cases}$           |

### Binärvariablen

|                    |  |
|--------------------|--|
| $\delta_{krt}$     | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn ein Rüstvorgang für Produkt } k \text{ in Mikroperiode } t \text{ auf Ressource } r \text{ geplant ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$                                       |
| $\omega_{krt}$     | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn die Ressource } r \text{ am Ende von Mikroperiode } t \text{ für Produkt } k \text{ gerüstet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$   |
| $\mu_{f_{rt}}^1$   | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung vor der Produktion der Menge } Q_{krt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$  |
| $\mu_{f_{rt}}^2$   | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn eine vollständige Instandhaltung nach der Produktion der Menge } Q_{krt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ |
| $\rho_{f_{rst}}^1$ | $= \begin{cases} 1, & \text{wenn Ressource } s \text{ nach Ressource } r \text{ vor der Produktion der Menge } Q_{krt}^1 \text{ durch Team } f \text{ instand gehalten wird} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$   |

$$\rho_{f rst}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn Ressource } s \text{ nach Ressource } r \text{ nach der Produktion} \\ & \text{der Menge } Q_{krt}^1 \text{ durch Team } f \text{ instand gehalten wird} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{f rt}^1 = \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung vor der Produktion der} \\ & \text{Menge } Q_{kt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v_{f rt}^2 = \begin{cases} 1, & \text{wenn partielle Instandhaltung nach der Produktion der} \\ & \text{Menge } Q_{kt}^1 \text{ auf Ressource } r \text{ durch Team } f \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

### ganzzahlige Entscheidungsvariablen

|              |  |
|--------------|--|
| $U_{f rt}^1$ | Menge an partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$  |
| $U_{f rt}^2$ | Menge an partieller Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$ |

### reellwertige Entscheidungsvariablen

|              |  |
|--------------|--|
| $B_{f rt}^1$ | Startzeitpunkt der Instandhaltungsmaßnahme auf der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$    |
| $B_{f rt}^2$ | Startzeitpunkt der Instandhaltungsmaßnahme auf der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ durch Team $f$   |
| $C_{rt}$     | Verwendete Kapazität von Ressource $r$ in Mikroperiode $t$   |
| $CB_{rt}$    | Kapazitätsgewinn auf Ressource $r$ durch paralleles Rüsten und Instandhalten in Mikroperiode $t$                           |
| $I_{kt}$     | Lagerbestand von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$  |
| $L_{rt}$     | Leerlauf auf Ressource $r$ in Mikroperiode $t$   |
| $Q_{krt}^1$  | Erste Produktionsmenge von Produkt $k$ auf Ressource $r$ am Anfang von Mikroperiode $t$                                    |
| $Q_{krt}^2$  | Zweite Produktionsmenge von Produkt $k$ auf Ressource $r$ am Ende von Mikroperiode $t$                                     |
| $S_{rt}^1$   | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$  |
| $S_{rt}^2$   | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$ |

|               |  |
|---------------|--|
| $S_{rt}^3$    | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                              |
| $S_{rt}^4$    | Zustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^2$ in Mikroperiode $t$                             |
| $SI_{f,rt}^1$ | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$  |
| $SI_{f,rt}^2$ | Zustandserhöhung durch eine vollständige Instandhaltung der verschleißbehafteten Komponente der Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ |
| $X_{kt}$      | Fremdbezug von Produkt $k$ in Makroperiode $t$ in ME   |
| $W_{f,rt}^1$  | Wartezeit von Team $f$ bis zum Beginn der Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource $r$ vor der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$        |
| $W_{f,rt}^2$  | Wartezeit von Team $f$ bis zum Beginn der Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource $r$ nach der Produktion der Menge $Q_{kt}^1$ in Mikroperiode $t$       |
| $Z_t$         | Endzeitpunkt von Mikroperiode $t$  |
| $z$           | Zielfunktionswert  |

## 6.2 Modellformulierung des generellen kapazitierten Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblems mit mehreren Ressourcen und gemeinsamen Instandhaltungsteams (GLMSP-MR-MT)

Mit der auf Seite 123 ff. eingeführten Notation kann das generelle kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem mit mehreren Ressourcen und gemeinsamen Instandhaltungsteams (**GLMSP-MR-MT**<sup>48</sup>) wie folgt formal dargestellt werden.

---

48 Engl. General Lotsizing and Maintenance Scheduling Problem with Multiple Resources and Maintenance Teams.

Die Zielfunktion (6.1) minimiert die Gesamtkosten.

$$\begin{aligned}
 \min z = & \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T} \mathcal{M}} (ci_k \cdot I_{kt} + ce_k \cdot X_{kt}) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (cs_{kr} \cdot \delta_{krt}) \\
 & + \sum_{r \in \mathcal{F}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \beta \cdot cm_r \cdot (\alpha \cdot U_{ftr}^1 + U_{ftr}^2) \right. \\
 & \left. + (1 - \beta) \cdot cv_r \cdot (\alpha \cdot \mu_{ftr}^1 + \mu_{ftr}^2) \right)
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Die Gesamtkosten bestehen aus den Lagerkosten am Ende jeder Makroperiode, den Rüstkosten und den Kosten für den geplanten Fremdbezug. Zuletzt werden noch die Kosten für die partielle bzw. vollständige Instandhaltung addiert.

Die Lagerbilanzgleichungen (6.2), die Produktionsbedingungen (6.3) und (6.4) sowie die Rüst- und Rüstübertragungsbedingungen (6.5) und (6.6) haben sich bis auf den zusätzlichen Index  $r$  gegenüber dem GLMSP aus Kapitel 4 nicht verändert.

$$I_{k,t-1} + \sum_{r \in \mathcal{R}_k} (Q_{krt}^1 + Q_{krt}^2) - I_{kt} + X_{kt} = d_{kt} \cdot \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{T} \mathcal{M}\}} \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \tag{6.2}$$

$$Q_{krt}^1 \leq \frac{c\tau}{tp_{kr}} \cdot \omega_{kr,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \tag{6.3}$$

$$Q_{krt}^2 \leq \frac{c\tau}{tp_{kr}} \cdot \omega_{krt} \quad k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \tag{6.4}$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_r} \omega_{krt} \leq 1 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \tag{6.5}$$

$$\delta_{krt} \geq \omega_{krt} - \omega_{kr,t-1} \quad k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \tag{6.6}$$

Die folgenden Restriktionen (6.7), (6.8) und (6.9) sind die Kapazitätsrestriktionen.

$$\sum_{t \in \mathcal{T} \mathcal{P}_\tau} C_{rt} \leq c\tau \quad r \in \mathcal{R}, \tau \in \mathcal{P} \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k \in \mathcal{K}_r} (tp_{kr} \cdot (Q_{krt}^1 + Q_{krt}^2) + ts_{kr} \cdot \delta_{krt}) \\
 & + \sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot tm_r \cdot (\alpha \cdot U_{ftr}^1 + U_{ftr}^2) + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot (\alpha \cdot \mu_{ftr}^1 + \mu_{ftr}^2) + \alpha \cdot W_{ftr}^1 + W_{ftr}^2) \\
 & + L_{rt} = C_{rt} + (1 - \gamma) \cdot CB_{rt} \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

$$C_{rt} = C_{st} \quad r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, t \in \mathcal{T} \quad (6.9)$$

Die Kapazitätsbedingungen (6.7) stellen sicher, dass die in jeder Makroperiode verfügbare Zeit nicht überschritten wird. Die Restriktionen (6.8) bestimmen die benötigte Kapazität  $C_{rt}$  jeder Ressource  $r$  in jeder Mikroperiode  $t$ . Diese ergibt sich aus den Produktions- und Rüstzeiten sowie aus den benötigten Zeiten für die Instandhaltung und den Leerlaufzeiten. Die Gleichungen (6.9) legen fest, dass die benötigte Kapazität  $C_{rt}$  in jeder Mikroperiode  $t$  für alle Ressourcen  $r$  gleich ist.

Die Restriktionen (6.10) bis (6.13) verfolgen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource  $r$ . Sie verbinden die Zustandsvariablen  $S_{rt}^1$  bis  $S_{rt}^4$  und berücksichtigen die jeweilige individuelle Abnutzung  $a_{kr}$  und Instandhaltungsmaßnahme.

$$S_{r,t-1}^4 + \sum_{f \in \mathcal{F}} (\alpha \cdot (\beta \cdot pm \cdot U_{f,rt}^1 + (1 - \beta) \cdot SI_{f,rt}^1)) = S_{rt}^1 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.10)$$

$$S_{rt}^1 - \sum_{k \in \mathcal{K}_r} a_{kr} \cdot Q_{krt}^1 = S_{rt}^2 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.11)$$

$$S_{rt}^2 + \sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot pm \cdot U_{f,rt}^2 + (1 - \beta) \cdot SI_{f,rt}^2) = S_{rt}^3 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.12)$$

$$S_{rt}^3 - \sum_{k \in \mathcal{K}_r} a_{kr} \cdot Q_{krt}^2 = S_{rt}^4 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.13)$$

Die Restriktionen (6.14) bis (6.17) stellen im Fall von vollständiger Instandhaltung ( $\beta = 0$ ) sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource  $r$  nach einer Instandhaltungsmaßnahme gleich  $s^{\max}$  ist.

$$S_{rt}^1 \geq \sum_{f \in \mathcal{F}} s^{\max} \cdot \mu_{f,rt}^1 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (6.14)$$

$$SI_{f,rt}^1 \leq s^{\max} \cdot \mu_{f,rt}^1 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (6.15)$$

$$S_{rt}^3 \geq \sum_{f \in \mathcal{F}} s^{\max} \cdot \mu_{f,rt}^2 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (6.16)$$

$$SI_{f,rt}^2 \leq s^{\max} \cdot \mu_{f,rt}^2 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \beta = 0 \quad (6.17)$$



Die Restriktionen (6.18) und (6.19) bestimmen im Fall von paralleler Instandhaltung ( $\gamma = 0$ ) den Kapazitätsbonus  $CB_t$ .

$$CB_{rt} \leq \sum_{k \in \mathcal{K}_r} ts_{kr} \cdot \delta_{krt} \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (6.18)$$

$$CB_{rt} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^2 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^2) \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \gamma = 0 \quad (6.19)$$

Nur im Fall eines Rüstverlustes ( $\alpha = 0$ ) finden die Restriktionen (6.20) Anwendung. Sie stellen sicher, dass nach einer Instandhaltungsmaßnahme erst ein Rüstvorgang stattfinden muss, bevor die Produktion auf der jeweiligen Ressource  $r$  fortgesetzt werden kann.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_r} \delta_{krt} + 1 \geq \sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot v_{ftr}^2 + (1 - \beta) \cdot \mu_{ftr}^2) + \sum_{k \in \mathcal{K}} \omega_{krt} \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 0 \quad (6.20)$$

Die Restriktionen (6.21) bis (6.24) bestimmen in Abhängigkeit des Periodenanfangs und einer möglichen Wartezeit, wann mit einer Instandhaltungsmaßnahme durch Team  $f$  auf Ressource  $r$  in einer Mikroperiode vor bzw. nach der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$  begonnen wird, vergleiche Abbildung 6.2.

$$B_{ftr}^1 \leq Z_{t-1} + W_{ftr}^1 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1 \quad (6.21)$$

$$B_{ftr}^1 \geq Z_{t-1} + W_{ftr}^1 - (1 - \beta \cdot v_{ftr}^1 - (1 - \beta) \cdot \mu_{ftr}^1) \cdot P \cdot c_\tau \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1, \alpha = 1 \quad (6.22)$$

$$B_{ftr}^2 \leq Z_{t-1} + \alpha \cdot (W_{ftr}^1 + \beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^1 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^1) + \sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_{kr} \cdot Q_{krt}^1) + W_{ftr}^2 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.23)$$

$$B_{ftr}^2 \geq Z_{t-1} + \alpha \cdot (W_{ftr}^1 + \beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^1 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^1) + \sum_{k \in \mathcal{K}} (tp_{kr} \cdot Q_{krt}^1) + W_{ftr}^2 - (1 - \beta \cdot v_{ftr}^2 - (1 - \beta) \cdot \mu_{ftr}^2) \cdot P \cdot c_\tau \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \quad (6.24)$$

Die Nebenbedingungen (6.25) bis (6.28) sind die Wartezeit- bzw. Startzeitpunktbedingungen. Sie legen fest, dass eine Wartezeit bzw. ein Startzeitpunkt auf einer

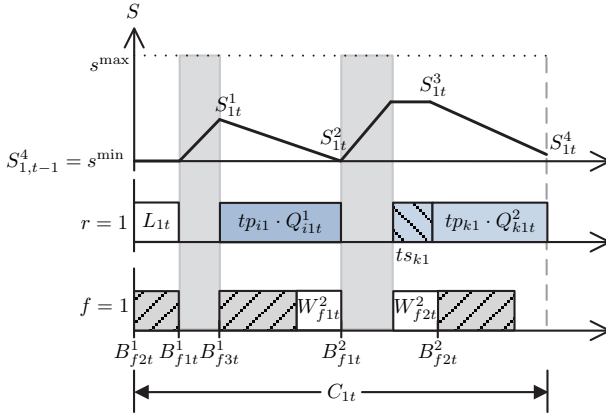


Abbildung 6.2: Verwendung der Startzeitpunktvariablen  $B^1_{f_{rt}}$  und  $B^2_{f_{rt}}$ , der Wartezeitvariablen  $W^1_{f_{rt}}$  und  $W^2_{f_{rt}}$  sowie der Leerlaufvariablen  $L_{rt}$  innerhalb einer Mikroperiode  $t$  für Ressource 1 und Instandhaltungsteam 1

Ressource  $r$  für ein Team  $f$  in Mikroperiode  $t$  nur dann berücksichtigt wird, wenn auch eine Instandhaltungsmaßnahme in dieser Mikroperiode für diese Ressource geplant ist.

$$W^1_{f_{rt}} \leq c_\tau \cdot (\beta \cdot v^1_{f_{rt}} + (1 - \beta) \cdot \mu^1_{f_{rt}}) \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1, \alpha = 1 \quad (6.25)$$

$$W^2_{f_{rt}} \leq c_\tau \cdot (\beta \cdot v^2_{f_{rt}} + (1 - \beta) \cdot \mu^2_{f_{rt}}) \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \quad (6.26)$$

$$B^1_{f_{rt}} \leq P \cdot c_\tau \cdot (\beta \cdot v^1_{f_{rt}} + (1 - \beta) \cdot \mu^1_{f_{rt}}) \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1, \alpha = 1 \quad (6.27)$$

$$B^2_{f_{rt}} \leq P \cdot c_\tau \cdot (\beta \cdot v^2_{f_{rt}} + (1 - \beta) \cdot \mu^2_{f_{rt}}) \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \quad (6.28)$$

Die Restriktionen (6.29) bis (6.31) legen fest, dass der Beginn einer Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource  $s$  durch Team  $f$  erst nach Beendigung der Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource  $r$  durch Team  $f$  liegen kann.

$$B^1_{f_{st}} \geq B^1_{f_{rt}} + \beta \cdot t m_r \cdot U^1_{f_{rt}} + (1 - \beta) \cdot t v_r \cdot \mu^1_{f_{rt}} - (1 - \rho^1_{f_{rst}}) \cdot P \cdot c_\tau$$

$$f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, t \in \mathcal{T}, \tau = 1, \alpha = 1 \quad (6.29)$$

$$B_{fst}^2 \geq B_{ftr}^2 + \beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^2 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^2 - (1 - \rho_{ftrst}^2) \cdot P \cdot c_\tau$$

$$f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, t \in \mathcal{T}, \tau = 1 \quad (6.30)$$

$$B_{fst}^2 \geq B_{ftr}^1 + \beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^1 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^1 - (1 - \sum_{r' \in \mathcal{R}_0} \rho_{fr'st}^2) \cdot P \cdot c_\tau$$

$$f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, t \in \mathcal{T}, \tau = 1, \alpha = 1 \quad (6.31)$$

Die Gleichungen (6.32) und (6.33) stellen sicher, dass jede geplante Instandhaltungsmaßnahme nur einen Vorgänger und einen Nachfolger haben kann für jedes Instandhaltungsteam.

$$\sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{ftrst}^1 = \sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{ftrst}^1 \quad f \in \mathcal{F}, s \in \mathcal{R}_0, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1 \quad (6.32)$$

$$\sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{ftrst}^2 = \sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{ftrst}^2 \quad f \in \mathcal{F}, s \in \mathcal{R}_0, t \in \mathcal{T} \quad (6.33)$$

Die Nebenbedingungen (6.34) stellen sicher, dass eine in Mikroperiode  $t$  geplante Instandhaltungsmaßnahme auch in dieser Mikroperiode abgeschlossen wird.

$$B_{ftr}^2 + \beta \cdot tm_r \cdot U_{ftr}^2 + (1 - \beta) \cdot tv_r \cdot \mu_{ftr}^2 \leq Z_t \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.34)$$

Die Restriktionen (6.35) und (6.36) stellen sicher, dass am Anfang einer Mikroperiode bzw. nach der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$  jeweils maximal eine Instandhaltungsmaßnahme auf Ressource  $r$  eingeplant werden kann.

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot v_{ftr}^1 + (1 - \beta) \cdot \mu_{ftr}^1) \leq 1 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1 \quad (6.35)$$

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} (\beta \cdot v_{ftr}^2 + (1 - \beta) \cdot \mu_{ftr}^2) \leq 1 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.36)$$

Die Nebenbedingungen (6.37) und (6.38) verknüpfen die ganzzahligen mit den binären Instandhaltungsvariablen für die partielle Instandhaltung.

$$\frac{pm}{s_{\max}} \cdot U_{ftr}^1 \leq v_{ftr}^1 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1, \beta = 1 \quad (6.37)$$

$$\frac{pm}{s_{\max}} \cdot U_{ftr}^2 \leq v_{ftr}^2 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \beta = 1 \quad (6.38)$$

Die Gleichungen (6.39) bestimmen die Endzeitpunkte jeder Mikroperiode  $t$  und die Gleichungen (6.40) legen die Endzeitpunkte jeder Makroperiode fest.

$$Z_t = Z_{t-1} + C_{rt} \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{TM} \quad (6.39)$$

$$Z_t = \frac{t}{K/R + K/p} \cdot c_\tau \quad t \in \mathcal{TM}, \tau = 1 \quad (6.40)$$

Die Restriktionen (6.41) und (6.42) stellen sicher, dass eine Instandhaltungsmaßnahme nur dann ausgeführt werden kann, wenn sie im Arbeitsplan des jeweiligen Instandhaltungsteams berücksichtigt wurde.

$$\beta \cdot v_{fst}^1 + (1 - \beta) \cdot \mu_{fst}^1 \leq \sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{fst}^1 \quad f \in \mathcal{F}, s \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1 \quad (6.41)$$

$$\beta \cdot v_{fst}^2 + (1 - \beta) \cdot \mu_{fst}^2 \leq \sum_{r \in \mathcal{R}_0, r \neq s} \rho_{fst}^2 \quad f \in \mathcal{F}, s \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.42)$$

Die Restriktionen (6.43) und (6.44) stellen sicher, dass jede Ressource nur einmal im Arbeitsplan des jeweiligen Instandhaltungsteams auftreten darf vor bzw. nach der Produktion der Menge  $Q_{krt}^1$ .

$$\sum_{s \in \mathcal{R}_0, s \neq r} \rho_{fst}^1 \leq 1 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}_0, r \neq s, t \in \mathcal{T}, \alpha = 1 \quad (6.43)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{R}_0, s \neq r} \rho_{fst}^2 \leq 1 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}_0, r \neq s, t \in \mathcal{T} \quad (6.44)$$

Die Restriktionen (6.45) und (6.46) stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource  $r$  im Intervall  $[s^{\min}, s^{\max}]$  liegt.

$$S_{rt}^1, S_{rt}^2, S_{rt}^3, S_{rt}^4 \leq s^{\max} \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.45)$$

$$s^{\min} \leq S_{rt}^1, S_{rt}^2, S_{rt}^3, S_{rt}^4 \quad r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.46)$$

Die Bedingungen (6.47) bis (6.52) geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente der Ressource  $r$ , den Anfangslagerbestand und den Rüstzustand der Ressourcen an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_{r0} = s^{\max} \quad r \in \mathcal{R} \quad (6.47)$$

$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (6.48)$$

$$\omega_{kr0} = 0 \quad k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R} \quad (6.49)$$

$$\begin{aligned} B_{f_{rt}}^1, B_{f_{rt}}^2, C_{rt}, CB_{rt}, I_{kt}, L_{rt}, Q_{krt}^1, Q_{krt}^2, S_{rt}^1, S_{rt}^2, S_{rt}^3, S_{rt}^4, \\ SI_{f_{rt}}^1, SI_{f_{rt}}^2, W_{f_{rt}}^1, W_{f_{rt}}^2, X_{kt}, Z_t \geq 0 \quad f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (6.50)$$

$$U_{f_{rt}}^1, U_{f_{rt}}^2 \in \mathbb{N}_0 \quad f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (6.51)$$

$$\begin{aligned} \delta_{krt}, \omega_{krt}, \mu_{f_{rt}}^1, \mu_{f_{rt}}^2, \rho_{f_{rst}}^1, \rho_{f_{rst}}^2, v_{f_{rt}}^1, v_{f_{rt}}^2 \in \{0, 1\} \\ f \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (6.52)$$

Die Gleichungen (6.47) legen den Zustand der verschleißbehafteten Komponente jeder Ressource  $r$  am Anfang der ersten Mikroperiode auf  $s^{\max}$  fest.

Die Gleichungen (6.48) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts auf Null.

Die Restriktionen (6.50) bis (6.52) sind die Nichtnegativitäts-, Ganzzahligkeits- und Binärbedingungen des Modells.

## 6.3 Numerische Untersuchungen

### 6.3.1 Beschreibung der Testinstanzen

Für die numerischen Untersuchungen werden vier Problemklassen definiert, die sich in der Anzahl der Produkte, Perioden und Ressourcen unterscheiden, vergleiche Tabelle 6.1.

Für jede der acht möglichen Kombinationen von Instandhaltungsfällen ( $\alpha/\beta/\gamma$ ) und jede Klasse werden, wie auch beim GLMSP, (künstliche) Testinstanzen definiert, in dem systematisch einzelne Parameter des Modells variiert werden. Daraus resultieren insgesamt 256 Testinstanzen.

Tabelle 6.2 gibt einen Überblick über die verschiedenen Parameterwerte für die Testinstanzen der Problemklassen.

Tabelle 6.1: Untersuchte Problemklassen für das GLMSP-MR-MT

| Problemklasse | $K$ | $T$ | $P$ | $R$ | #TI |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| A1            | 6   | 20  | 5   | 2   | 64  |
| A2            | 6   | 15  | 5   | 3   | 64  |
| B1            | 12  | 80  | 10  | 2   | 64  |
| B2            | 12  | 60  | 10  | 3   | 64  |

Die Generierung der Parameter für die Testinstanzen erfolgt auf die gleiche Weise wie beim GLMSP<sup>49</sup> mit der folgenden Änderung:

Die durchschnittliche Kapazität  $\bar{c}$ , welche pro Makroperiode insgesamt über alle Ressourcen benötigt wird, ergibt sich, wie in Kapitel 4 beschrieben, aus der Summe über die durchschnittliche Produktionszeit  $\bar{tp}$ , die durchschnittliche Rüstzeit  $\bar{ts}$  und die durchschnittliche Instandhaltungszeit  $\bar{tm}$  pro Makroperiode:

$$\bar{c} = \bar{tp} \cdot (1 + ts^{rel} + tm^{rel} \cdot ts^{rel}). \quad (6.53)$$

Dividiert man die durchschnittliche benötigte Kapazität  $\bar{c}$  mit der angenommenen Kapazitätsauslastung  $Kapa$  aller Ressourcen und der Anzahl der Ressourcen, erhält man die Kapazität pro Makroperiode  $\tau$  pro Ressource

$$c_\tau = \frac{\bar{c}}{Kapa \cdot R} = \frac{\bar{tp} \cdot (1 + ts^{rel} + tm^{rel} \cdot ts^{rel})}{Kapa \cdot R} \quad \tau \in \mathcal{P}. \quad (6.54)$$

### 6.3.2 Lösungsansatz - adaptierte Fix & Optimize-Heuristik

Wie bereits in Abschnitt 4.5.2 auf Seite 54 ff. beschrieben, wird eine adaptierte Form der Fix&Optimize-Heuristik verwendet.

Zusätzlich werden für die binären Variablen  $v_{frt}^1$  und  $v_{frt}^2$  für den Fall von partieller Instandhaltung ( $\beta = 1$ ) die disjunkten Untermengen  $\mathcal{T}_v^{fix} \subseteq \mathcal{T}$  und  $\mathcal{T}_v^{opt} \subseteq \mathcal{T}$  sowie für die binären Variablen  $\rho_{frst}^1$  und  $\rho_{frst}^2$  die disjunkten Untermengen  $\mathcal{T}_\rho^{fix} \subseteq \mathcal{T}$  und  $\mathcal{T}_\rho^{opt} \subseteq \mathcal{T}$  eingeführt, um den Anteil an fixierten und zu optimierenden Instandhaltungsvariablen in jedem Unterproblem festzulegen.

Die zusätzliche Notation, welche für die Untermodelle benötigt wird, lautet wie folgt:

<sup>49</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.1 auf Seite 48 ff.

Tabelle 6.2: Parameter für die Testinstanzen

|  |            |       |                      |
|--|------------|-------|----------------------|
| Problemklasse  | $PK$       | $\in$ | $\{A1; A2; B1; B2\}$ |
| Anzahl an Instandhaltungsteams   | $F$        | $\in$ | $\{1; 2\}$           |
| Variationskoeffizient der Nachfrage  | $VKN$      | $=$   | 0.3                  |
| Dauer eines Produktionszyklus in Makroperioden (time between orders)   | $TBO$      | $=$   | 2                    |
| Zeit (Makroperioden) zwischen zwei aufeinanderfolgenden Instandhaltungsmaßnahmen (time between maintenance)            | $TBM$      | $\in$ | $\{0, 5; 2\}$        |
| Kapazitätsauslastung   | $Kapa$     | $=$   | 0,9                  |
| Rüstzeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Produktionszeit in einer Makroperiode                             | $ts^{rel}$ | $=$   | 0,15                 |
| Instandhaltungszeit als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüstzeit in einer Makroperiode                         | $tm^{rel}$ | $=$   | 1                    |
| Zustandserhöhung durch eine ME partieller Instandhaltung   | $pm$       | $=$   | 1                    |
| Instandhaltungskosten als relativer Anteil der durchschnittlichen Rüst- und Lagerkosten in einer Makroperiode          | $cm^{rel}$ | $=$   | 1                    |
| Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE  | $ci_k$     | $=$   | 1                    |
| Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$ auf Ressource $r$  | $tp_{kr}$  | $=$   | 1                    |
| Minimalzustand der verschleißbehafteten Ressource  | $s^{\min}$ | $=$   | 0                    |
| Maximalzustand der verschleißbehafteten Ressource  | $s^{\max}$ | $=$   | 100                  |
| Kosten für den Fremdbezug von einer ME von Produkt $k$ in GE   | $ce_k$     | $=$   | 1000                 |
| Hilfsparameter zur Bestimmung der Anzahl der Mikroperioden je Makroperiode in Abhängigkeit von der Anzahl der Produkte | $p$        | $=$   | 6                    |

### Mengen und Untermengen

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $\mathcal{KT}$                | Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$   |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{krt}$ fixiert sind                             |
| $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstvariablen $\delta_{krt}$ optimiert werden                         |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{krt}$ fixiert sind                     |
| $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt}$ | Untermenge aller Produkt-Perioden-Kombinationen $(k,t)$ , deren jeweilige binäre Rüstzustandsvariablen $\omega_{krt}$ optimiert werden                 |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{fix}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^1$ und $\mu_{f rt}^2$ fixiert sind     |
| $\mathcal{T}_{\mu}^{opt}$     | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^1$ und $\mu_{f rt}^2$ optimiert werden |
| $\mathcal{T}_{\rho}^{fix}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären Variablen $\rho_{f rst}^1$ und $\rho_{f rst}^2$ fixiert sind                              |
| $\mathcal{T}_{\rho}^{opt}$    | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären Variablen $\rho_{f rst}^1$ und $\rho_{f rst}^2$ optimiert werden                          |
| $\mathcal{T}_v^{fix}$         | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^1$ und $v_{f rt}^2$ fixiert sind            |
| $\mathcal{T}_v^{opt}$         | Untermenge aller Perioden $t$ , in denen jeweils die binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^1$ und $v_{f rt}^2$ optimiert werden        |

### Parameter

|                        |  |
|------------------------|--|
| $\bar{\delta}_{krt}$   | Fixierter Wert der binären Rüstvariablen $\delta_{krt}$                          |
| $\bar{\omega}_{krt}$   | Fixierter Wert der binären Rüstzustandsvariablen $\omega_{krt}$                  |
| $\bar{\mu}_{f rt}^1$   | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^1$ |
| $\bar{\mu}_{f rt}^2$   | Fixierter Wert der binären vollständigen Instandhaltungsvariablen $\mu_{f rt}^2$ |
| $\bar{\rho}_{f rst}^1$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\rho_{f rst}^1$                            |
| $\bar{\rho}_{f rst}^2$ | Fixierter Wert der binären Variablen $\rho_{f rst}^2$                            |
| $\bar{v}_{f rt}^1$     | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^1$      |
| $\bar{v}_{f rt}^2$     | Fixierter Wert der binären partiellen Instandhaltungsvariablen $v_{f rt}^2$      |

Unter Verwendung der zusätzlichen Notation kann das Unterproblem GLMSP-MR-MT-Sub mit den Bedingungen (6.1) bis (6.52) und den folgenden zusätzlichen



Bedingungen definiert werden.

$$\delta_{krt} = \bar{\delta}_{krt} \quad (k, t) \in \mathcal{KT}_{\delta}^{fix}, r \in \mathcal{R} \quad (6.55)$$

$$\omega_{krt} = \bar{\omega}_{krt} \quad (k, t) \in \mathcal{KT}_{\omega}^{fix}, r \in \mathcal{R} \quad (6.56)$$

$$\mu_{f rt}^1 = \bar{\mu}_{f rt}^1 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (6.57)$$

$$\mu_{f rt}^2 = \bar{\mu}_{f rt}^2 \quad t \in \mathcal{T}_{\mu}^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, \beta = 0 \quad (6.58)$$

$$\rho_{f rst}^1 = \bar{\rho}_{f rst}^1 \quad t \in \mathcal{T}_{\rho}^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, \alpha = 1, \beta = 0 \quad (6.59)$$

$$\rho_{f rst}^2 = \bar{\rho}_{f rst}^2 \quad t \in \mathcal{T}_{\rho}^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, s \in \mathcal{R}, r \neq s, \beta = 0 \quad (6.60)$$

$$v_{f rt}^1 = \bar{v}_{f rt}^1 \quad t \in \mathcal{T}_v^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, \alpha = 1, \beta = 1 \quad (6.61)$$

$$v_{f rt}^2 = \bar{v}_{f rt}^2 \quad t \in \mathcal{T}_v^{fix}, f \in \mathcal{F}, r \in \mathcal{R}, \beta = 1 \quad (6.62)$$

Die zusätzlichen Nebenbedingungen (6.55) bis (6.62) begrenzen die Optimierung der binären Rüstvariablen  $\delta_{krt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\delta}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\delta}^{fix}$ , der binären Rüstzustandsvariablen  $\omega_{krt}$  auf die Untermenge  $\mathcal{KT}_{\omega}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}_{\omega}^{fix}$ , der binären Variablen  $\rho_{f rst}^1$  und  $\rho_{f rst}^2$  auf die Untermenge  $\mathcal{T}_{\rho}^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_{\rho}^{fix}$  und der binären partiellen bzw. vollständigen Instandhaltungsvariablen auf die Untermenge  $\mathcal{T}_v^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_v^{fix}$  bzw.  $\mathcal{T}_{\mu}^{opt} = \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}_{\mu}^{fix}$ .

Es werden die gleichen Dekompositionsstrategien wie für das GLMSP verwendet, die **produktorientierte Dekomposition (PoD)**, die **ressourcenorientierte Dekomposition (RoD)** sowie zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.<sup>50</sup>

---

50 Vgl. Kapitel 4.5.2.

### 6.3.3 Numerische Ergebnisse und betriebswirtschaftliche Bewertung

Die numerischen Untersuchungen sollen wie auch in Kapitel 4 zwei Hauptfragen beantworten.

- Die erste Frage bezieht sich auf die Schnelligkeit der gewählten Fix&Optimize-Heuristik, verglichen mit einem Standardsolver wie CPLEX.
- Die zweite Frage ist betriebswirtschaftlicher Natur und soll klären, welche Einflüsse die verschiedenen Instandhaltungsfälle auf die Gesamtkosten haben, verglichen untereinander und verglichen mit zwei anderen Produktionsplänen, bei denen die Produktions- und Instandhaltungsplanung nacheinander und unabhängig voneinander erfolgt. Es soll auch hier aufgezeigt werden, wann es sinnvoll ist, eine integrierte Produktions- und Instandhaltungsplanung durchzuführen.

Das GLMSP-MR-MT, das GLMSP-MR-MT-Sub und die Fix&Optimize-Heuristik wurden in GAMS 23.7.3 implementiert. CPLEX 12.3 wurde benutzt, um die Modelle zu lösen und Referenzwerte zu bestimmen. Alle Berechnungen wurden auf dem Clustersystem des Leibniz Universität Hannover IT Services durchgeführt. Für die Fix&Optimize-Heuristik wurden zwei parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz, 4 GB RAM und einem Zeitlimit von 15 Sekunden pro Unterproblem verwendet. Daraus ergibt sich für jede Testinstanz ein bester gefundener Zielfunktionswert  $Z^{F\&O}$ .

Um Referenzwerte zu bestimmen, wurde versucht jede der 256 Testinstanzen des GLMSP-MR-MT zusätzlich direkt zu lösen. Da sich dies wie auch beim GLMSP als sehr zeitaufwendig erwies, wurde CPLEX als Startlösung die von der Fix&Optimize-Heuristik beste gefundene Lösung zur Beschleunigung des Branch&Bound-Algorithmus vorgegeben.

CPLEX wurde dann eine Stunde Rechenzeit gegeben für jede der 128 Testinstanzen der Problemklassen A1 und A2 und jeweils zehn Stunden Rechenzeit für die 128 Testinstanzen der Problemklassen B1 und B2. Es wurden vier parallele Prozessoren mit je 2,93 GHz und 32 GB RAM verwendet, um Referenzlösungen zu finden, die besser sind, als die bereits von der Fix&Optimize-Heuristik gefundene Lösung. Die Zielfunktionswerte der Referenzlösung werden mit  $Z^{CPLEX}$  bezeichnet.

Zunächst wurde ermittelt, welche Variante der Fix&Optimize-Heuristik die besten Ergebnisse liefert und im weiteren Verlauf dieses Kapitels für die numerischen Untersuchungen verwendet wird.

Dazu wurden analog zu den vorherigen Kapiteln die beiden produktorientierten Dekompositionsstrategien PoD1 und PoD2 sowie die ressourcenorientierte Dekomposition mit verschiedenen Werten für die Parameter  $\kappa$  und  $\lambda$  getestet. Zusätzlich wurden noch zwei Kombinationen der produkt- und ressourcenorientierten Dekomposition getestet, beginnend einmal mit der produktorientierten Dekomposition und einmal mit der ressourcenorientierten Dekomposition, gefolgt von der jeweils anderen Dekompositionsstrategie.

Diese Dekompositionsstrategien wurden für alle vier Problemklassen getestet. Zur Berechnung der unteren Schranke wurde CPLEX eine Maximalzeit von einer Minute gegeben.

*DZeit* gibt die durchschnittlich benötigte Zeit in Sekunden über alle 64 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an. *DAUS* gibt die durchschnittliche relative Abweichung in % von der unteren Schranke über alle 64 Testinstanzen der jeweiligen Klasse an.

Eine Übersicht der Ergebnisse findet sich in den Tabellen 6.3 und 6.4.

Für Problemklasse A1 hat die produktorientierte Dekomposition, bei der alle Produktkombinationen durchlaufen werden (PoD1), die geringste durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* von 40,38 %, gefolgt von den kombinierten Strategien RoD-8-4+PoD2 und PoD2+RoD-8-4 mit einem Wert von 40,54 % bzw. 41,19 %.<sup>51</sup>

Die durchschnittlich benötigte Zeit *DZeit* liegt bei der produktorientierten Dekomposition PoD1 aber über 40 % höher als bei den kombinierten Strategien.

Für Problemklasse A2 hat die kombinierte Strategie RoD-8-4+PoD2 die geringste Abweichung *DAUS* von 201,15 % mit der kürzesten durchschnittlichen Zeit, gefolgt von der kombinierten Strategie PoD2+RoD-8-4 und der produktorientierten Strategie PoD1 mit einem Wert von 203,47 % bzw. 206,56 %.

Für die Problemklassen B1 und B2 liefert die kombinierte Strategie RoD-8-4+PoD2 ebenfalls die geringste Abweichung *DAUS* von 86,87 % bzw. 92,76 %.

Die Kombination der ressourcenorientierten Dekomposition mit einem Zeitfenster von acht Mikroperioden und einer Verschiebung von vier Mikroperioden mit der produktorientierten Dekomposition, bei der nur ein Teil der Produktkombinationen durchlaufen wird (RoD-8-4+PoD2), hat dabei über alle Klassen im Hinblick

---

<sup>51</sup> Die sehr schlechten unteren Schranken sind darauf zurückzuführen, dass CPLEX nur eine Zeit von einer Minute gegeben wurde, um die unteren Schranken zu bestimmen. Die unteren Schranken liefern daher nur eine Indikation, welche Dekompositionsstrategie in Relation zu einer anderen Strategie bessere Werte liefert. Sie sagen nichts über die Leistungsfähigkeit des Lösungsalgorithmus an sich aus.

**Tabelle 6.3:** Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MR-MT

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse A1 ( $R = 2$ ) |              | Klasse A2 ( $R = 3$ ) |               |
|---------------------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------|---------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)     | DZeit (s)             | DAUS (%)      |
| PoD1                                  | 373,18                | 40,38        | 416,30                | 206,56        |
| PoD2                                  | 185,82                | 43,93        | 212,70                | 239,50        |
| RoD-3-1                               | 233,64                | 58,02        | 338,83                | 310,16        |
| RoD-3-2                               | 117,88                | 62,01        | 167,91                | 319,91        |
| RoD-4-1                               | 240,95                | 56,40        | 343,11                | 303,37        |
| RoD-4-2                               | 126,94                | 56,51        | 176,20                | 302,90        |
| RoD-6-1                               | 249,53                | 49,85        | 353,87                | 289,81        |
| RoD-6-2                               | 129,91                | 49,95        | 172,87                | 290,59        |
| RoD-6-3                               | 92,81                 | 50,51        | 126,81                | 290,65        |
| RoD-8-1                               | 259,74                | 48,13        | 365,64                | 285,19        |
| RoD-8-2                               | 133,75                | 45,94        | 181,90                | 283,89        |
| RoD-8-4                               | 65,86                 | 46,49        | 98,73                 | 280,26        |
| PoD2 + RoD-8-4                        | 270,22                | 41,19        | 323,08                | 203,47        |
| <b>RoD-8-4 + PoD2</b>                 | <b>246,03</b>         | <b>40,54</b> | <b>305,06</b>         | <b>201,15</b> |

<sup>1</sup> PoD – Produktororientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

auf die durchschnittliche relative Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* in Relation zur durchschnittlichen benötigten Zeit *DZeit* die besten Ergebnisse geliefert und wird im Folgenden für die numerischen Untersuchungen verwendet.

In den Tabellen 6.5 und 6.6 werden die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen A1 und A2 und in den Tabellen 6.7 und 6.8 die numerischen Ergebnisse für die Problemklassen B1 und B2 vorgestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die verwendete Fix&Optimize-Heuristik alle vier Problemklassen lösen kann. Auch wenn CPLEX eine gute Startlösung und viel zusätzliche Rechenzeit gegeben wird, kann es die gefundene Lösung der F&O-Heuristik im Durchschnitt nur um 1,25 % bzw. 1,46 % für Problemklasse A1 bzw. A2 und 1,88 % bzw. 4,67 % für Problemklasse B1 bzw. B2 verbessern.

Tabelle 6.4: Verschiedene Fix&Optimize-Heuristik Dekompositionsstrategien für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MR-MT

| Dekompositionsstrategien <sup>1</sup> | Klasse B1 ( $R = 2$ ) |              | Klasse B2 ( $R = 3$ ) |              |
|---------------------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------|--------------|
|                                       | DZeit (s)             | DAUS (%)     | DZeit (s)             | DAUS (%)     |
| PoD1                                  | 1969,14               | 91,15        | 1988,20               | 185,70       |
| PoD2                                  | 984,20                | 96,75        | 993,85                | 426,03       |
| RoD-3-1                               | 1110,21               | 98,60        | 1559,76               | 1587,35      |
| RoD-3-2                               | 539,00                | 99,82        | 802,57                | 1587,32      |
| RoD-4-1                               | 1193,51               | 96,16        | 1599,10               | 1589,45      |
| RoD-4-2                               | 563,24                | 98,69        | 794,58                | 1556,20      |
| RoD-6-1                               | 1199,62               | 97,11        | 1603,67               | 1514,83      |
| RoD-6-2                               | 572,83                | 97,00        | 822,32                | 1514,57      |
| RoD-6-3                               | 394,96                | 97,24        | 548,23                | 1501,93      |
| RoD-8-1                               | 1292,40               | 93,84        | 1685,80               | 1427,86      |
| RoD-8-2                               | 694,97                | 95,59        | 863,28                | 1406,58      |
| RoD-8-4                               | 337,70                | 94,72        | 402,16                | 5412,73      |
| PoD2 + RoD-8-4                        | 1343,94               | 87,17        | 1405,34               | 315,88       |
| <b>RoD-8-4 + PoD2</b>                 | <b>1460,78</b>        | <b>86,87</b> | <b>1471,71</b>        | <b>92,76</b> |

<sup>1</sup> PoD – Produktorientierte Dekomposition

RoD- $\kappa$ - $\lambda$  – Ressourcenorientierte Dekomposition mit einem Zeitfenster von  $\kappa$  Perioden und einer Verschiebung von  $\lambda$  Perioden

Die durchschnittliche Rechenzeit *DZeit* der Fix&Optimize-Heuristik wird bei Problemklasse A1, A2 und B1 stark durch die Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (*TBM*) beeinflusst. So führt eine kürzere Zeit zwischen zwei Instandhaltungen zu einer deutlich höheren durchschnittlichen Rechenzeit. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass mehr Instandhaltungsvorgänge eingeplant werden müssen.

Die durchschnittliche Abweichung von der unteren Schranke *DAUS* der Fix&Optimize-Heuristik wird bei allen Problemklassen, wie auch schon bei allen anderen Modellen, stark durch die Art der Instandhaltung beeinflusst. So ist die durchschnittliche Abweichung bei Problemen mit partieller Instandhaltung deutlich niedriger als bei den Modellen mit vollständiger Instandhaltung, es wird aber, wie auch beim GLMSP-NL, im Durchschnitt deutlich mehr Zeit *DZeit* benötigt.

Der Vergleich der durchschnittlichen Kosten *DBestLsg* des simultanen Ansatzes untereinander für die verschiedenen Testparameter und Modellannahmen zeigt, dass die Kosten mit steigender Zeit zwischen zwei Instandhaltungen (*TBM*) wie auch bei allen anderen Modellen sinken.

Vergleicht man die Kosten im Fall von zwei Ressourcen (Problemklasse A1 und B1) für die beiden Fälle von Instandhaltungsteams (ein bzw. zwei Teams), fällt auf, dass diese nahezu gleich sind. Bei steigender Anzahl an Ressourcen (Problemklasse A2 und B2) steigen die Kosten allerdings erwartungsgemäß, wenn die Anzahl der Instandhaltungsteams abnimmt, weil es durch den Engpass an Instandhaltungsteams zu Leerlaufzeiten der Ressourcen, also einem Kapazitätsverbrauch ohne Produktion, kommen kann.

Der Vergleich der verschiedenen Modellannahmen ergibt, wie auch bei allen anderen Modellen, dass die Kosten bei vollständiger Instandhaltung höher liegen als bei partieller Instandhaltung, bei serieller höher als bei paralleler Instandhaltung und bei Rüstverlust höher als bei Rüsterhalt.

Im GLMSP-MR-MT werden Rüst-, Produktions- und Instandhaltungsmaßnahmen simultan geplant. Um die Vorteile einer solchen simultanen Planung aufzuzeigen, sollen die Ergebnisse auch hier analog zu den vorhergehenden Kapiteln mit zwei anderen, nicht-simultanen Ansätzen verglichen werden. Diese spiegeln zum Teil die Vorgehensweise separater Produktions- und Instandhaltungsplanung in der Industrie wider.

Im Durchschnitt liegen die Kosten beim sequentiellen Ansatz (SA) und beim unabhängigen Ansatz (UA) um 3182,41 % bzw. 5195,33 % für Problemklasse A1, 2219,31 % bzw. 5011,99 % für Problemklasse A2, 1008,79 % bzw. 2421,44 % für Problemklasse B1 und 2386,91 % bzw. 4312,57 % für Problemklasse B2 höher als beim simultanen Ansatz, sogar wenn nur ein kleiner Teil der Nachfrage 9,29 % bzw. 13,70 % für Problemklasse A1, 8,82 % bzw. 15,11 % für Problemklasse A2, 2,71 % bzw. 6,28 % für Problemklasse B1 und 7,28 % bzw. 12,45 % für Problemklasse B2 durch Fremdbezug bedient wird. Dies liegt an den hohen Strafkosten *ce* für den Fremdbezug.

Der Kostenzuwachs für die Problemklassen A1 und A2 ist deutlich höher als für die Problemklassen B1 und B2. Dies liegt daran, dass in den Problemklassen B1 und B2, wie auch schon in den vorherigen Modellen, die Anzahl der Produkte und Perioden deutlich höher ist, was zu einem größeren Lösungsraum und mehr Mög-

lichkeiten führt, Instandhaltungsmaßnahmen in einen schon teilweise geplanten Produktionsplan einzufügen.

Auch fällt der Kostenzuwachs beim unabhängigen Ansatz (UA) für alle Problemklassen, wie auch schon beim GLMSP und GLMSP-MC, höher aus als beim sequentiellen Ansatz (SA), was zu erwarten war.

In Bezug auf alle alle Problemklassen sticht ins Auge, dass im Fall einer längeren Zeit zwischen zwei Instandhaltungen ( $TBM=2$ ) fast kein Fremdbezug benötigt wird, was damit zu begründen ist, dass insgesamt weniger Instandhaltungsmaßnahmen über den vorgegebenen Zeitraum einzuplanen sind, was ebenfalls zu einem größeren Lösungsraum führt.

Darüber hinaus wird beim sequentiellen Ansatz (SA) für alle Problemklassen im Fall von Rüsterhalt ebenfalls fast kein Fremdbezug benötigt.

Tabelle 6.5: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A1 des GLMSP-MR-MT

|                 | #  | F&O-Heuristik |              | CPLEX       |              | DabwCpx<br>(%) | DBest.sg | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|-----------------|----|---------------|--------------|-------------|--------------|----------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                 |    | TI            | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%)    |          | DabwBest.sg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DabwBest.sg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI         | 64 | 258,25        | 23,61        | 3600,18     | 22,09        | 1,25           | 5084,26  | 3182,41              | 9,29                | 5195,33             | 13,70               |
| Teams = 1       | 32 | 243,34        | 23,01        | 3600,02     | 21,40        | 1,32           | 5073,65  | 3207,58              | 9,32                | 5263,00             | 13,87               |
| Teams = 2       | 32 | 273,16        | 24,21        | 3600,34     | 22,78        | 1,17           | 5094,86  | 3157,24              | 9,26                | 5127,66             | 13,54               |
| TBM=0,5         | 32 | 331,62        | 31,80        | 3600,03     | 30,97        | 0,61           | 5881,49  | 6358,31              | 18,58               | 8307,25             | 23,37               |
| TBM=2           | 32 | 184,88        | 15,42        | 3600,33     | 13,22        | 1,89           | 4287,02  | 6,51                 | 0,00                | 2083,42             | 4,04                |
| gleiche $a_k$   | 32 | 264,70        | 24,69        | 3600,03     | 22,71        | 1,60           | 5074,35  | 3234,38              | 9,35                | 5151,80             | 13,61               |
| ungleiche $a_k$ | 32 | 251,80        | 22,54        | 3600,33     | 21,48        | 0,90           | 5094,16  | 3130,44              | 9,23                | 5238,86             | 13,80               |
| MOD 1/1/1       | 8  | 384,52        | 10,53        | 3600,04     | 10,31        | 0,20           | 4663,02  | 1,63                 | 0,00                | 2199,41             | 4,80                |
| MOD 1/1/0       | 8  | 307,30        | 13,18        | 3600,04     | 12,18        | 0,94           | 4624,88  | 1,35                 | 0,00                | 1591,97             | 3,53                |
| MOD 1/0/1       | 8  | 187,99        | 21,51        | 3600,03     | 18,49        | 2,49           | 4803,52  | 111,66               | 0,25                | 2801,50             | 6,19                |
| MOD 1/0/0       | 8  | 205,79        | 22,18        | 3601,24     | 21,25        | 0,80           | 4861,35  | 4,84                 | 0,00                | 2404,22             | 5,34                |
| MOD 0/1/1       | 8  | 376,85        | 24,33        | 3600,02     | 23,91        | 0,34           | 5327,54  | 6412,14              | 18,52               | 7968,81             | 21,85               |
| MOD 0/1/0       | 8  | 283,42        | 24,24        | 3600,04     | 23,22        | 0,93           | 5240,74  | 6544,14              | 18,52               | 7334,92             | 20,35               |
| MOD 0/0/1       | 8  | 166,97        | 35,63        | 3600,02     | 33,61        | 1,54           | 5619,81  | 6123,05              | 18,52               | 8800,76             | 24,35               |
| MOD 0/0/0       | 8  | 153,19        | 37,31        | 3600,02     | 33,76        | 2,74           | 5533,18  | 6260,49              | 18,52               | 8461,06             | 23,23               |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2239 Mengeneinheiten)



Tabelle 6.6: Numerische Ergebnisse für Problemklasse A2 des GLMSP-MR-MT

|                 | #  | F&O-Heuristik |       | CPLEX   |       | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg |  | Sequentieller Ansatz |                     | Unabhängiger Ansatz |                     |
|-----------------|----|---------------|-------|---------|-------|----------------|----------|--|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                 |    | TI            | DZeit | DAUS    | DZeit | DAUS           |          |  | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug*<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug*<br>(%) |
| alle TI         | 56 | 316,13        | 25,15 | 3600,04 | 23,24 | 1,46           | 5408,12  |  | 2219,31              | 8,82                | 5011,99             | 15,11               |
| Teams = 1       | 28 | 306,43        | 23,65 | 3600,04 | 22,52 | 0,86           | 5425,10  |  | 1959,77              | 8,23                | 4919,64             | 14,91               |
| Teams = 2       | 28 | 325,84        | 26,65 | 3600,05 | 23,96 | 2,05           | 5391,15  |  | 2478,85              | 9,40                | 5104,35             | 15,32               |
| TBM=0.5         | 24 | 343,66        | 29,02 | 3600,05 | 25,74 | 2,48           | 6697,18  |  | 5129,17              | 20,48               | 8247,19             | 28,13               |
| TBM=2           | 32 | 295,49        | 22,24 | 3600,04 | 21,36 | 0,69           | 4441,33  |  | 36,91                | 0,07                | 2585,60             | 5,35                |
| gleiche $a_k$   | 24 | 316,73        | 20,43 | 3600,03 | 19,53 | 0,75           | 4788,18  |  | 182,81               | 0,44                | 3566,56             | 8,08                |
| ungleiche $a_k$ | 32 | 315,68        | 28,69 | 3600,06 | 26,02 | 1,99           | 5873,08  |  | 3746,68              | 15,10               | 6096,07             | 20,39               |
| MOD 1/1/1       | 8  | 457,01        | 11,48 | 3600,03 | 11,06 | 0,37           | 4721,50  |  | 460,66               | 1,10                | 3115,60             | 7,29                |
| MOD 1/1/0       | 8  | 435,94        | 9,56  | 3600,03 | 9,39  | 0,16           | 4680,99  |  | 436,11               | 1,03                | 2729,52             | 6,42                |
| MOD 1/0/1       | 8  | 226,26        | 28,59 | 3600,13 | 26,07 | 2,02           | 5073,55  |  | 470,22               | 1,18                | 4033,61             | 9,67                |
| MOD 1/0/0       | 8  | 223,94        | 28,86 | 3600,03 | 25,92 | 2,39           | 5066,27  |  | 452,32               | 1,12                | 3736,56             | 8,96                |
| MOD 0/1/1       | 6  | 426,27        | 25,73 | 3600,03 | 22,20 | 2,57           | 5984,60  |  | 4527,71              | 19,09               | 7004,99             | 23,93               |
| MOD 0/1/0       | 6  | 413,08        | 21,59 | 3600,02 | 20,94 | 0,48           | 5714,13  |  | 4862,88              | 19,09               | 6140,72             | 21,55               |
| MOD 0/0/1       | 6  | 164,84        | 42,60 | 3600,06 | 40,82 | 1,24           | 6489,63  |  | 4314,91              | 19,09               | 8187,91             | 27,56               |
| MOD 0/0/0       | 6  | 155,52        | 40,14 | 3600,02 | 36,35 | 2,70           | 6231,04  |  | 4582,27              | 19,09               | 7291,27             | 24,89               |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (2212 Mengeneinheiten)

Tabelle 6.7: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B1 des GLMSP-MR-MT

|                 | #  | F&O-Heuristik |       | CPLEX    |       | DabwCpx (%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                  | Unabhängiger Ansatz |                  |
|-----------------|----|---------------|-------|----------|-------|-------------|----------|----------------------|------------------|---------------------|------------------|
|                 |    | DZeit         | DAUS  | DZeit    | DAUS  |             |          | DabwBestLsg (%)      | DFremdbezug* (%) | DabwBestLsg (%)     | DFremdbezug* (%) |
|                 | TI | (s)           | (%)   | (s)      | (%)   |             |          |                      |                  |                     |                  |
| alle TI         | 64 | 1362,49       | 39,26 | 36006,40 | 36,64 | 1,88        | 25105,67 | 1008,79              | 2,71             | 2421,44             | 6,28             |
| Teams = 1       | 32 | 1355,49       | 39,16 | 36006,62 | 35,83 | 2,41        | 25034,05 | 1038,60              | 2,78             | 2493,69             | 6,44             |
| Teams = 2       | 32 | 1369,49       | 39,35 | 36006,17 | 37,45 | 1,36        | 25177,29 | 978,99               | 2,64             | 2349,18             | 6,11             |
| TBM=0,5         | 32 | 1499,25       | 38,79 | 36004,56 | 36,25 | 1,83        | 26757,61 | 2015,39              | 5,42             | 3916,88             | 10,42            |
| TBM=2           | 32 | 1225,72       | 39,72 | 36008,23 | 37,03 | 1,94        | 23453,73 | 2,19                 | 0,00             | 925,99              | 2,14             |
| gleiche $a_k$   | 32 | 1363,43       | 39,16 | 36006,40 | 36,92 | 1,60        | 25097,78 | 838,99               | 2,24             | 2234,11             | 5,79             |
| ungleiche $a_k$ | 32 | 1361,55       | 39,35 | 36006,39 | 36,37 | 2,16        | 25113,56 | 1178,59              | 3,18             | 2608,77             | 6,77             |
| MOD 1/1/1       | 8  | 1626,24       | 32,19 | 36010,69 | 31,51 | 0,52        | 24322,00 | 0,70                 | 0,00             | 881,68              | 2,19             |
| MOD 1/1/0       | 8  | 1660,13       | 33,04 | 36011,36 | 31,83 | 0,91        | 24178,76 | 0,82                 | 0,00             | 408,15              | 1,02             |
| MOD 1/0/1       | 8  | 1105,31       | 38,31 | 36010,62 | 34,44 | 2,88        | 24795,54 | 2,79                 | 0,00             | 1806,58             | 4,41             |
| MOD 1/0/0       | 8  | 1103,55       | 41,50 | 36009,04 | 35,63 | 4,33        | 24965,70 | 2,24                 | 0,00             | 1627,11             | 3,96             |
| MOD 0/1/1       | 8  | 1650,94       | 35,51 | 36002,70 | 35,07 | 0,32        | 24927,32 | 2016,57              | 5,29             | 3623,77             | 9,36             |
| MOD 0/1/0       | 8  | 1465,01       | 35,74 | 36001,81 | 35,31 | 0,31        | 24755,67 | 2481,28              | 6,42             | 3481,78             | 8,98             |
| MOD 0/0/1       | 8  | 1134,13       | 50,69 | 36004,86 | 46,25 | 3,02        | 26646,11 | 1719,21              | 4,84             | 3619,63             | 9,77             |
| MOD 0/0/0       | 8  | 1154,61       | 47,06 | 36000,08 | 43,11 | 2,76        | 26254,25 | 1849,77              | 5,12             | 3922,79             | 10,53            |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (10252 Mengeneinheiten)

Tabelle 6.8: Numerische Ergebnisse für Problemklasse B2 des GLMSP-MR-MT

|                 | #  | F&O-Heuristik |             | CPLEX        |             | DAbwCpx<br>(%) | DBestLsg | Sequentieller Ansatz |                    | Unabhängiger Ansatz |                    |
|-----------------|----|---------------|-------------|--------------|-------------|----------------|----------|----------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
|                 |    | DZeit<br>(s)  | DAUS<br>(%) | DZeit<br>(s) | DAUS<br>(%) |                |          | DAbwBestLsg<br>(%)   | DFremdbezug<br>(%) | DAbwBestLsg<br>(%)  | DFremdbezug<br>(%) |
| alle TI         | 64 | 1411,12       | 50,06       | 36007,37     | 43,15       | 4,67           | 28318,32 | 2386,91              | 7,28               | 4312,57             | 12,45              |
| Teams = 1       | 32 | 1427,51       | 48,74       | 36008,21     | 42,05       | 4,57           | 28200,10 | 2377,09              | 7,20               | 4414,28             | 12,66              |
| Teams = 2       | 32 | 1394,74       | 51,38       | 36006,53     | 44,25       | 4,78           | 28436,54 | 2396,72              | 7,35               | 4210,85             | 12,24              |
| TBM=0.5         | 32 | 1387,00       | 57,50       | 36006,20     | 46,92       | 7,08           | 30795,96 | 4770,58              | 14,54              | 6990,22             | 20,88              |
| TBM=2           | 32 | 1435,24       | 42,61       | 36008,53     | 39,37       | 2,27           | 25840,68 | 3,23                 | 0,01               | 1634,91             | 4,02               |
| gleiche $a_k$   | 32 | 1464,27       | 47,75       | 36006,82     | 42,66       | 3,48           | 28278,27 | 2492,14              | 7,54               | 4323,78             | 12,46              |
| ungleiche $a_k$ | 32 | 1357,97       | 52,36       | 36007,91     | 43,64       | 5,86           | 28358,37 | 2281,67              | 7,01               | 4301,36             | 12,43              |
| MOD 1/1/1       | 8  | 1843,05       | 38,70       | 36008,35     | 36,76       | 1,42           | 26699,10 | 2,46                 | 0,00               | 1531,53             | 4,00               |
| MOD 1/1/0       | 8  | 1757,77       | 41,28       | 36009,49     | 37,63       | 2,57           | 26919,59 | 4,22                 | 0,00               | 855,17              | 2,26               |
| MOD 1/0/1       | 8  | 1053,20       | 47,11       | 36006,78     | 41,80       | 3,79           | 27621,99 | 0,37                 | 0,00               | 2425,71             | 6,33               |
| MOD 1/0/0       | 8  | 1066,11       | 57,63       | 36006,97     | 43,87       | 9,51           | 27627,07 | 2,22                 | 0,01               | 1867,69             | 4,84               |
| MOD 0/1/1       | 8  | 1620,03       | 46,85       | 36009,08     | 40,63       | 4,14           | 28727,58 | 4875,35              | 14,68              | 6867,83             | 20,08              |
| MOD 0/1/0       | 8  | 1760,05       | 44,58       | 36006,24     | 40,99       | 2,41           | 28370,92 | 4962,12              | 14,69              | 6396,41             | 18,68              |
| MOD 0/0/1       | 8  | 1091,99       | 60,64       | 36008,12     | 50,31       | 6,74           | 30286,92 | 4580,90              | 14,27              | 7342,74             | 21,84              |
| MOD 0/0/0       | 8  | 1096,76       | 63,67       | 36003,90     | 53,18       | 6,82           | 30293,40 | 4681,72              | 14,56              | 7213,46             | 21,54              |

\* Prozentsatz der Gesamtnachfrage über alle Produkte und Perioden (10752 Mengeneinheiten)



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Heben von Effizienzpotenzialen kann ein Schlüsselfaktor im Konkurrenzkampf produzierender Unternehmen sein. Ein Unternehmen, welches sowohl Produktion als auch Instandhaltung der relevanten Maschinen simultan in optimaler Form analysieren und planen kann, ist in der Lage, den Produktionsprozess in seiner Gesamtheit zu erfassen und seine Produkte ressourcen- und materialschonend zu erstellen.

Die simultane Planung ist insbesondere deshalb von besonderem Nutzen, da Produktion und Instandhaltung untrennbar miteinander korrelieren. Beide benötigen eine bestimmte Kapazität auf der produzierenden Ressource.

Wenn die Instandhaltungsplanung losgelöst von der Produktionsplanung durchgeführt wird, kann dies dazu führen, dass entweder zu viele Instandhaltungsmaßnahmen einplant werden, was zu einer Instandhaltung noch funktionsfähiger verschleißbehafteter Komponenten führt, oder zu wenige, was während der Produktion den Ausfall der verschleißbehafteten Komponente und damit den Ausfall der produzierenden Ressource zur Folge hat.

In beiden Fällen wird die mögliche verfügbare Kapazität für die Produktion verringert, was zu Fehlmengen und unbefriedigter Nachfrage führen kann.

In der vorliegenden Arbeit wird die simultane Planung genau analysiert und ein neuer Ansatz entwickelt, welcher als Grundlage für einen effizienteren Produktionsprozess dienen kann.

Zunächst werden hierbei die Vorteile der simultanen Planung durch ein neues, generelles Modell aufgezeigt, welches eine simultane Produktions- und Instandhaltungsplanung für verschiedene Instandhaltungsmaßnahmen erlaubt. Dieses generelle kapazitierte Produktions- und Instandhaltungsplanungsproblem (GLMSP) betrachtet die Produktion auf einer Ressource, die eine verschleißbehaftete Komponente hat. Mittels einer linearen Abnutzungsfunktion wird der Verschleiß der Komponente dargestellt, welche ohne Instandhaltungsmaßnahmen nach einer gewissen Produktionszeit ausfällt.

Zusätzlich wurden drei Erweiterungen des GLMSP vorgestellt. Die erste Erweiterung behandelt den Fall, dass eine produzierende Ressource mehrere verschleißbehaftete Komponenten besitzt und die sich daraus ergebenden Implikationen für die Produktions- und Instandhaltungsplanung.

Die zweite Erweiterung beschäftigt sich mit dem in der Praxis relevanteren Fall einer nichtlinearen Abnutzungsfunktion der verschleißbehafteten Komponente der produzierenden Ressource.

In der dritten Erweiterung wird der Fall mehrerer Ressourcen mit einer verschleißbehafteten Komponente betrachtet, deren Komponenten durch eine begrenzte Anzahl an Instandhaltungsteams instand gehalten werden.

Mit umfangreichen numerischen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass eine simultane Planung gegenüber einem sequentiellen und einem unabhängigen Planungsansatz zu niedrigeren Gesamtkosten führt. Auch wurde gezeigt, in welchem Fall welche Art von Instandhaltungsmaßnahme die geringeren Gesamtkosten verursacht.

Unternehmen, die diese vorgestellte simultane Planung implementieren, sind folglich dadurch in der Lage, den Herstellungsprozess mit geringeren Kosten zu betreiben, als Unternehmen mit einem sequentiellen Planungsansatz. Für Unternehmen in einem Markt mit hohen Volatilitäten der Rohstoffpreise und immer schnelllebigeren Produktzyklen kann dies ein signifikanter Baustein für den Erfolg sein.

Die vorgestellten Modelle beinhalten ausgewählte Annahmen, um den Analysefokus auf nichtlineare Abnutzungsfunktionen, mehrere Komponenten und Instandhaltungsteams zu konzentrieren und die Anwendbarkeit zu vereinfachen. Ein zukünftig zu verfolgender Ansatz ist, dass Modell um weitere Grundannahmen hinsichtlich weiterer Grundmaßnahmen wie zum Beispiel Wartung und Verbesserung zu erweitern. Der in der Praxis übliche Fall von kürzeren Rüstzeiten auf das gleiche Produkt wie vor der Instandhaltung ist ebenfalls ein Thema, welches in zukünftigen Modellen berücksichtigt werden sollte.

Zudem sind längere Produktionszeiten oder Produktion von Ausschuss aufgrund eines schlechten Zustands der verschleißbehafteten Komponente einer Ressource ein wichtiges Thema.

Zukünftige Forschung könnte sich auch mit dem Fall unterschiedlicher Instandhaltungsfälle innerhalb einer produzierenden Ressource beschäftigen, da nicht alle verschleißbehafteten Komponenten die gleichen Instandhaltungsmaßnahmen benötigen oder Abnutzungsfunktionen haben.

Es handelt sich bei den vorgestellten Modellen, besonders beim GLMSP, somit um geeignete Grundlagenmodelle für zusätzliche Erweiterungen und weitere Forschungsarbeiten.

# Literaturverzeichnis

- Aghezzaf, E.-H., M. A. Jamali und D. Ait-Kadi (2007). An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research* 181(2), 679–685.
- Aghezzaf, E.-H. und N. M. Najid (2008). Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences* 178(17), 3382–3392.
- Allaoui, H., S. Lamouri, A. Artiba und E.-H. Aghezzaf (2008). Simultaneously scheduling  $n$  jobs and the preventive maintenance on the two-machine flow shop to minimize the makespan. *International Journal of Production Economics* 112(1), 161–167.
- Ashayeri, J., A. Teelen und W. Selenj (1996). A production and maintenance planning model for the process industry. *International Journal of Production Research* 34(12), 3311–3326.
- Boukas, E.-K. und A. Haurie (1990). Manufacturing flow-control and preventive maintenance - a stochastic-control approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1024–1031.
- Buschkuehl, L., F. Sahling, S. Helber und H. Tempelmeier (2010). Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. *OR Spectrum* 32(2), 231–261.
- Cassady, C. R. und E. Kutanoglu (2003). Minimizing job tardiness using integrated preventive maintenance planning and production scheduling. *IIE Transactions* 35(6), 503–513.
- Cassady, C. R. und E. Kutanoglu (2005). Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transaction on Reliability* 54(2), 304–309.
- Chelbi, A. und D. Alt-Kadi (2004). Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance. *European Journal of Operational Research* 156, 712–718.

- Chelbi, A., N. Rezg und M. Radhoui (2008). Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 14(2), 161–176.
- Chen, J.-S. (2006). Single-machine scheduling with flexible and periodic maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 57(6), 703–710.
- Copil, K. und H. Tempelmeier (2016). Capacitated lot sizing with parallel machines, sequence-dependent setups, and a common setup operator. *OR Spectrum* 38(4), 819–847.
- Dedopoulos, I. T. und N. Shah (1995). Optimal short-term scheduling of maintenance and production for multipurpose plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 34(1), 192–201.
- Dehayem Nodem, F. I., J.-P. Kenne und A. Gharbi (2011). Simultaneous control of production, repair / replacement and preventive maintenance of deteriorating manufacturing systems. *International Journal of Production Economics* 134(1), 271–282.
- Deutsches Institut für Normung e.V. (2010). DIN EN 13306 - Instandhaltung - Begriffe der Instandhaltung.
- Deutsches Institut für Normung e.V. (2012). DIN 31051 - Grundlagen der Instandhaltung.
- Drexl, A., B. Fleischmann, H. O. Günther, H. Stadtler und H. Tempelmeier (1994). Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme. *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* (46), 1022–1045.
- Drexl, A. und K. Haase (1995). Proportional lotsizing and scheduling. *International Journal of Production Economics* 40(40), 73–87.
- Fitouhi, M.-C. und M. Noureldath (2012). Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine. *International Journal of Production Economics* 136(2), 344–351.
- Fleischmann, B. und H. Meyr (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *OR Spectrum* 19(1), 11–21.
- Gharbi, A., J.-P. Kenne und M. Beit (2007). Optimal safety stocks and preventive maintenance periods in unreliable manufacturing systems. *International Journal of Production Economics* 107(2), 422–434.



- Goel, Grievink und Weijnen (2003). Integrated optimal reliable design, production, and maintenance planning for multipurpose process plants. *Computers & Chemical Engineering*, 1543–1555.
- Günther, H.-O. und H. Tempelmeier (2013). *Produktion und Logistik: Supply Chain und Operations Management* (10. Aufl.). Norderstedt: Books on Demand.
- Guo, Y., A. Lim, B. Rodrigues und S. Yu (2007). Machine scheduling performance with maintenance and failure. *Mathematical and Computer Modelling* 45(9-10), 1067–1080.
- Helber, S. und F. Sahling (2010). A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics* 123(2), 247–256.
- Iravani, S. und I. Duenyas (2002). Integrated maintenance and production control of a deteriorating production system. *IIE Transactions* 34, 423–435.
- Jacobs, J., A. Junker und P. Letmathe (2009). Zustandsorientierte Maschinenzuordnungs- und Instandhaltungsplanung. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 79(11), 1259–1282.
- Jin, Y.-L., Z.-H. Jiang und W.-R. Hou (2009). Integrating flexible-interval preventive maintenance planning with production scheduling. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* 22(12), 1089–1101.
- Kasper, S. (2015). *Integrierte Optimierung der Losgrößen- und Instandhaltungsplanung bei industrieller Sachgüterproduktion*. Wiesbaden: Gabler.
- Kenne, J.-P. und L. Nkeungoue (2008). Simultaneous control of production, preventive and corrective maintenance rates of a failure-prone manufacturing system. *Applied Numerical Mathematics*, 180–194.
- Kubzin, M. A. und V. A. Strusevich (2006). Planning machine maintenance in two-machine shop scheduling. *Operations Research* 54(4), 789–800.
- Lee, C.-L. und C.-S. Lin (2001). Single-machine scheduling with maintenance and repair rate-modifying activities. *European Journal of Operational Research* 135, 493–513.
- Liberopoulos, G. und M. Caramanis (1994). Production control of manufacturing systems with production rate-dependent failure rates. *IEEE Transactions on Automatic Control* 39, 889–895.

- Liu, X., W. Wang und R. Peng (2015). An integrated production, inventory and preventive maintenance model for a multi-product production system. *Reliability Engineering & System Safety* 137, 76–86.
- Lu, Z., Y. Zhang und X. Han (2013). Integrating run-based preventive maintenance into the capacitated lot sizing problem with reliability constraint. *International Journal of Production Research* 51(5), 1379–1391.
- Meyr, H. (1999). *Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für kontinuierliche Produktionslinien: Modelle und Methoden im Rahmen des Supply Chain Management*. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag.
- Najid, N. M., M. Alaoui-Selsouli und A. Mohafid (2011). An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost. *International Journal of Production Research* 49(8), 2265–2283.
- Pistikopoulos, E. N., C. G. Vassiliadis, J. Arvela und L. G. Papageorgiou (2001). Interactions of maintenance and production planning for multipurpose process plants: a system effectiveness approach. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 40(14), 3195–3207.
- Qi, X., T. Chen und F. Tu (1999). Scheduling the maintenance on a single machine. *Journal of the Operational Research Society* 50, 1071–1078.
- Ramezani, R., M. Saidi-Mehrabad und P. Fattahi (2013). Mip formulation and heuristics for multi-stage capacitated lot-sizing and scheduling problem with availability constraints. *Journal of Manufacturing Systems* 32(2), 392–401.
- Ruiz, R., C. Garcia-Diaz und C. Maroto (2007). Considering scheduling and preventive maintenance in the flowshop sequencing problem. *Computers & Operations Research* 34(11), 3314–3330.
- Sahling, F. (2010). *Mehrstufige Losgrößenplanung bei Kapazitätsrestriktionen*. Wiesbaden: Gabler.
- Sanmarti, E., A. Espuna und L. Puigjaner (1997). Batch production and preventive maintenance scheduling under equipment failure uncertainty. *Computers & Chemical Engineering* 21, 1157–1168.
- Sortrakul, N., H. Nachtmann und C. R. Cassady (2005). Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry* 56(2), 161–168.

- Suliman, S. M. A. und S. H. Jawad (2012). Optimization of preventive maintenance schedule and production lot size. *International Journal of Production Economics* 137(1), 19–28.
- Suryadi, H. und L. G. Papageorgiou (2004). Optimal maintenance planning and crew allocation for multipurpose batch plants. *International Journal of Production Research* 42(2), 355–377.
- Tempelmeier, H. (2012). *Dynamische Losgrößenplanung in Supply Chains*. Norderstedt: Books on Demand.
- Tempelmeier, H. und L. Buschkuehl (2008). Dynamic multi-machine lotsizing and sequencing with simultaneous scheduling of a common setup resource. *International Journal of Production Economics* 113(1), 401–412.
- Weinstein, L. und C. H. Chung (1999). Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers & Operations Research* 26(10-11), 1059–1074.
- Wolter, A. und S. Helber (2016). Simultaneous production and maintenance planning for a single capacitated resource facing both a dynamic demand and intensive wear and tear. *Central European Journal of Operations Research* 24(3), 489–513.
- Wong, C., F. Chan und S. H. Chung (2013). A joint production scheduling approach considering multiple resources and preventive maintenance tasks. *INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH* 51(3), 883–896.
- Yalaoui, A., K. Chaabi und F. Yalaoui (2014). Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences* 278, 841–861.
- Yao, X., X. Xie, M. C. Fu und S. I. Marcus (2005). Optimal joint preventive maintenance and production policies. *Naval Research Logistics* 52(7), 668–681.
- Yuan, J., X. Qi, L. Lu und W. Li (2008). Single machine unbounded parallel-batch scheduling with forbidden intervals. *European Journal of Operational Research* 186(3), 1212–1217.
- Zhang, Y., Z. Lu und T. Xia (2014). A dynamic method for the production lot sizing with machine failures. *International Journal of Production Research* 52(8), 2436–2447.



# Anhang



# A Modellformulierung des Hauptproduktionsprogrammplanungsproblems mit gleichzeitiger Instandhaltungsplanung

Die Notation, die für das HPP verwendet wird, lautet wie folgt:

## Indizes und Mengen

|                     |  |
|---------------------|--|
| $k \in \mathcal{K}$ | Menge der Produkte, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$      |
| $t \in \mathcal{T}$ | Menge der Mikroperioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$ |

## Parameter

|            |   |
|------------|---|
| $a_k$      | Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME von Produkt $k$ |
| $c_t$      | Verfügbare Kapazität in Periode $t$   |
| $ci_k$     | Lagerkosten pro Makroperiode und ME von Produkt $k$ in GE                         |
| $cv$       | Kosten für eine vollständige Instandhaltung                                       |
| $s^{\max}$ | Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente                                |
| $tp_k$     | Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$                                       |
| $tv$       | Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung benötigt wird                      |

## reellwertige Entscheidungsvariablen

|          |  |
|----------|--|
| $I_{kt}$ | Lagerbestand von Produkt $k$ am Ende von Mikroperiode $t$                |
| $Q_{kt}$ | Produktionsmenge von Produkt $k$ in Mikroperiode $t$                     |
| $S_t$    | Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Ende von Mikroperiode $t$ |

## ganzzahlige Entscheidungsvariablen

|       |   |
|-------|---|
| $M_t$ | Anzahl an vollständigen Instandhaltungen in Periode $t$ |
|-------|---|

Mit der vorgestellten Notation kann das Hauptproduktionsprogrammplanungsproblem (**HPP**) mit vollständiger Instandhaltung wie folgt dargestellt werden.

Die Zielfunktion (A.1) minimiert die Gesamtkosten.

$$\min z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{ik} \cdot I_{kt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}} cv \cdot (\mu_t + M_t) \quad (\text{A.1})$$

Die Gesamtkosten bestehen aus den Lagerkosten am Ende jeder Periode sowie den Kosten für die durchgeführten vollständigen Instandhaltungen.

Die Gleichungen (A.2) sind die Lagerbilanzgleichungen.

$$I_{k,t-1} + Q_{kt} - I_{kt} = d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.2})$$

Sie stellen sicher, dass die Nachfrage in jeder Periode befriedigt wird.

Die folgenden Restriktionen (A.3) sind die Kapazitätsrestriktionen.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} t p_k \cdot Q_{kt} + t v \cdot M_t \leq c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.3})$$

Die Kapazitätsbedingungen (4.60) stellen sicher, dass die in jeder Periode verfügbare Zeit  $c_t$ , die für die Produktion und die Instandhaltungsmaßnahmen verfügbar ist, nicht überschritten wird.

Die folgenden Restriktionen (A.4) sind die Ressourcenbilanzgleichungen.

$$S_{t-1} - \sum_{k \in \mathcal{K}} a_k \cdot Q_{kt} + s^{\max} \cdot M_t = S_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.4})$$

Sie stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente innerhalb einer Periode immer zwischen Null und dem Maximalzustand  $s_{\max}$  liegt.

Die Restriktionen (A.5) stellen sicher, dass der Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Ende einer Periode nicht größer als der Maximalzustand  $s_{\max}$  ist.

$$S_t \leq s^{\max} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.5})$$

Die Bedingungen (A.6) bis (A.9) geben den Anfangszustand der verschleißbehafteten Komponente und den Anfangslagerbestand an und definieren die Wertebereiche der verschiedenen Variablen.

$$s_0 = s^{\max} \quad (\text{A.6})$$



$$I_{k0} = 0 \quad k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.7})$$

$$I_{kt}, Q_{kt}, S_t, SI_t \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.8})$$

$$M_t \in \mathbb{N}_0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.9})$$

Gleichung (A.6) legt den Zustand der verschleißbehafteten Komponente am Anfang der ersten Periode auf  $s^{\max}$  fest. Die Gleichungen (A.7) setzen den Lagerbestand am Anfang des Planungshorizonts auf Null.

Restriktionen (A.8) und (A.9) sind die Nichtnegativitäts- und Ganzzahligkeitsbedingungen des Modells.

Für die Berechnung des Beispiels wurden die in Tabelle A.1 gegebenen Parameterwerte verwendet.

*Tabelle A.1:* Parameter für das HPP mit Instandhaltungsplanung

|  |            |   |     |
|--|------------|---|-----|
| Verfügbare Kapazität in Periode $t$                          | $c_t$      | = | 540 |
| Lagerkosten pro Periode und ME von Produkt $k$ in GE         | $ci_k$     | = | 1   |
| Kosten für eine vollständige Instandhaltung                  | $c_v$      | = | 243 |
| Maximalzustand der verschleißbehafteten Komponente           | $s^{\max}$ | = | 100 |
| Produktionszeit für eine ME von Produkt $k$                  | $tp_k$     | = | 1   |
| Zeit, die für eine vollständige Instandhaltung benötigt wird | $tv$       | = | 18  |

Die Abnutzung der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME des jeweiligen Produkte ist in Tabelle A.2 gegeben.

*Tabelle A.2:* Abnutzung  $a_k$  der verschleißbehafteten Komponente pro produzierter ME von Produkt  $k$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $k$ | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|     | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 |

Die Nachfrage ist in Tabelle A.3 gegeben.

*Tabelle A.3:* Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für das HPP mit Instandhaltungsplanung

| $k \backslash t$ | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 46  | 67  | 47  | 48  | 80  |
| 2                | 131 | 143 | 129 | 191 | 125 |
| 3                | 109 | 85  | 127 | 121 | 92  |
| 4                | 96  | 112 | 107 | 115 | 34  |
| 5                | 84  | 100 | 87  | 64  | 85  |

## **B Generierte Nachfragedaten für alle Modelle**

## B.1 Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des GLMSP

Tabelle B.1: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse A des GLMSP

| $k \backslash t$ | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 80  | 47  | 106 | 91  | 70  |
| 2                | 125 | 130 | 153 | 135 | 180 |
| 3                | 92  | 98  | 138 | 137 | 50  |
| 4                | 34  | 62  | 82  | 134 | 66  |
| 5                | 85  | 89  | 84  | 56  | 35  |

Tabelle B.2: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse B des GLMSP

| $k \backslash t$ | 20  | 40  | 60  | 80  | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 91  | 66  | 36  | 90  | 54  | 73  | 39  | 69  | 78  | 30  |
| 2                | 135 | 139 | 206 | 151 | 142 | 174 | 105 | 193 | 106 | 221 |
| 3                | 137 | 91  | 119 | 57  | 88  | 85  | 108 | 145 | 124 | 89  |
| 4                | 134 | 90  | 97  | 96  | 52  | 70  | 63  | 68  | 69  | 95  |
| 5                | 56  | 44  | 54  | 57  | 137 | 95  | 114 | 65  | 79  | 26  |
| 6                | 47  | 83  | 73  | 66  | 56  | 75  | 63  | 75  | 47  | 31  |
| 7                | 85  | 81  | 78  | 66  | 80  | 133 | 42  | 109 | 133 | 57  |
| 8                | 177 | 145 | 75  | 146 | 161 | 179 | 62  | 135 | 90  | 155 |
| 9                | 33  | 89  | 44  | 52  | 47  | 62  | 40  | 28  | 39  | 55  |
| 10               | 76  | 64  | 149 | 85  | 88  | 122 | 89  | 137 | 66  | 117 |
| 11               | 136 | 144 | 127 | 216 | 214 | 90  | 165 | 86  | 115 | 36  |
| 12               | 104 | 115 | 141 | 130 | 190 | 55  | 162 | 120 | 98  | 79  |
| 13               | 171 | 151 | 148 | 163 | 108 | 134 | 232 | 162 | 154 | 99  |
| 14               | 146 | 69  | 104 | 125 | 138 | 182 | 136 | 141 | 147 | 84  |
| 15               | 44  | 87  | 92  | 49  | 60  | 40  | 92  | 78  | 77  | 70  |
| 16               | 85  | 79  | 109 | 116 | 127 | 154 | 125 | 151 | 115 | 103 |
| 17               | 70  | 113 | 54  | 72  | 88  | 69  | 88  | 49  | 51  | 74  |
| 18               | 93  | 68  | 71  | 78  | 29  | 79  | 76  | 76  | 90  | 85  |
| 19               | 120 | 70  | 101 | 158 | 215 | 60  | 125 | 196 | 150 | 147 |
| 20               | 89  | 119 | 102 | 119 | 153 | 118 | 108 | 152 | 123 | 48  |

## B.2 Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des GLMSP-MC

*Tabelle B.3:* Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-MC

| $k \backslash t$ | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 80  | 47  | 106 | 91  | 70  |
| 2                | 125 | 130 | 153 | 135 | 180 |
| 3                | 92  | 98  | 138 | 137 | 50  |
| 4                | 34  | 62  | 82  | 134 | 66  |
| 5                | 85  | 89  | 84  | 56  | 35  |

*Tabelle B.4:* Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-MC

| $k \backslash t$ | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 47  | 91  | 34  | 66  | 82  | 36  | 62  | 90  | 48  | 54  |
| 2                | 130 | 135 | 67  | 139 | 166 | 206 | 101 | 151 | 140 | 142 |
| 3                | 98  | 137 | 146 | 91  | 129 | 119 | 170 | 57  | 96  | 88  |
| 4                | 62  | 134 | 93  | 90  | 45  | 97  | 77  | 96  | 33  | 52  |
| 5                | 89  | 56  | 92  | 44  | 63  | 54  | 80  | 57  | 98  | 137 |
| 6                | 89  | 47  | 43  | 83  | 51  | 73  | 52  | 66  | 74  | 56  |
| 7                | 50  | 85  | 64  | 81  | 88  | 78  | 64  | 66  | 91  | 80  |
| 8                | 96  | 177 | 146 | 145 | 87  | 75  | 116 | 146 | 147 | 161 |
| 9                | 45  | 33  | 51  | 89  | 60  | 44  | 106 | 52  | 58  | 47  |
| 10               | 77  | 76  | 132 | 64  | 71  | 149 | 159 | 85  | 109 | 88  |

### B.3 Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des GLMSP-NL

Tabelle B.5: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse A1 und A2 des GLMSP-NL

| $k \backslash t$ | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 80  | 47  | 106 | 91  | 70  |
| 2                | 125 | 130 | 153 | 135 | 180 |
| 3                | 92  | 98  | 138 | 137 | 50  |
| 4                | 34  | 62  | 82  | 134 | 66  |
| 5                | 85  | 89  | 84  | 56  | 35  |

Tabelle B.6: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse B1 und B2 des GLMSP-NL

| $k \backslash t$ | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 47  | 91  | 34  | 66  | 82  | 36  | 62  | 90  | 48  | 54  |
| 2                | 130 | 135 | 67  | 139 | 166 | 206 | 101 | 151 | 140 | 142 |
| 3                | 98  | 137 | 146 | 91  | 129 | 119 | 170 | 57  | 96  | 88  |
| 4                | 62  | 134 | 93  | 90  | 45  | 97  | 77  | 96  | 33  | 52  |
| 5                | 89  | 56  | 92  | 44  | 63  | 54  | 80  | 57  | 98  | 137 |
| 6                | 89  | 47  | 43  | 83  | 51  | 73  | 52  | 66  | 74  | 56  |
| 7                | 50  | 85  | 64  | 81  | 88  | 78  | 64  | 66  | 91  | 80  |
| 8                | 96  | 177 | 146 | 145 | 87  | 75  | 116 | 146 | 147 | 161 |
| 9                | 45  | 33  | 51  | 89  | 60  | 44  | 106 | 52  | 58  | 47  |
| 10               | 77  | 76  | 132 | 64  | 71  | 149 | 159 | 85  | 109 | 88  |

## B.4 Generierte Nachfragedaten $d_{kt}$ für die Problemklassen des GLMSP-MR-MT

Tabelle B.7: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse A1 des GLMSP-MR-MT

| $k \backslash t$ | 8   | 12  | 16  | 20  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 54  | 61  | 83  | 91  |
| 2                | 150 | 127 | 95  | 135 |
| 3                | 83  | 65  | 62  | 137 |
| 4                | 65  | 110 | 118 | 134 |
| 5                | 156 | 106 | 69  | 56  |
| 6                | 61  | 100 | 74  | 47  |

Tabelle B.8: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse A2 des GLMSP-MR-MT

| $k \backslash t$ | 6   | 9   | 12  | 15  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 98  | 62  | 61  | 106 |
| 2                | 110 | 99  | 127 | 153 |
| 3                | 96  | 104 | 65  | 138 |
| 4                | 78  | 79  | 110 | 82  |
| 5                | 59  | 74  | 106 | 84  |
| 6                | 81  | 62  | 100 | 78  |

Tabelle B.9: Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse B1 des GLMSP-MR-MT

| $k \backslash t$ | 16  | 24  | 32  | 40  | 48  | 56  | 64  | 72  | 80  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 83  | 80  | 50  | 66  | 93  | 77  | 36  | 46  | 90  |
| 2                | 95  | 191 | 190 | 139 | 113 | 123 | 130 | 80  | 151 |
| 3                | 62  | 119 | 52  | 91  | 101 | 85  | 86  | 96  | 57  |
| 4                | 118 | 88  | 86  | 90  | 51  | 98  | 82  | 77  | 96  |
| 5                | 69  | 49  | 34  | 44  | 108 | 82  | 37  | 68  | 57  |
| 6                | 74  | 46  | 40  | 83  | 66  | 85  | 100 | 84  | 66  |
| 7                | 96  | 83  | 72  | 81  | 59  | 26  | 101 | 80  | 66  |
| 8                | 163 | 182 | 141 | 145 | 117 | 126 | 178 | 151 | 146 |
| 9                | 51  | 55  | 33  | 89  | 78  | 32  | 75  | 68  | 52  |
| 10               | 82  | 50  | 86  | 64  | 146 | 117 | 114 | 53  | 85  |
| 11               | 139 | 129 | 210 | 144 | 153 | 59  | 169 | 113 | 216 |
| 12               | 76  | 56  | 100 | 115 | 130 | 155 | 133 | 122 | 130 |

*Tabelle B.10:* Gegebene Nachfrage  $d_{kt}$  für Problemklasse B2 des GLMSP-MR-MT

| $k \backslash t$ | 12  | 18  | 24  | 30  | 36  | 42  | 48  | 54  | 60  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1                | 61  | 51  | 80  | 34  | 52  | 61  | 93  | 69  | 36  |
| 2                | 127 | 151 | 191 | 67  | 132 | 144 | 113 | 164 | 206 |
| 3                | 65  | 119 | 119 | 146 | 150 | 138 | 101 | 142 | 119 |
| 4                | 110 | 90  | 88  | 93  | 61  | 123 | 51  | 88  | 97  |
| 5                | 106 | 88  | 49  | 92  | 40  | 94  | 108 | 81  | 54  |
| 6                | 100 | 80  | 46  | 43  | 116 | 73  | 66  | 74  | 73  |
| 7                | 105 | 76  | 83  | 64  | 92  | 74  | 59  | 76  | 78  |
| 8                | 76  | 116 | 182 | 146 | 80  | 151 | 117 | 138 | 75  |
| 9                | 77  | 38  | 55  | 51  | 29  | 68  | 78  | 88  | 44  |
| 10               | 87  | 144 | 50  | 132 | 89  | 129 | 146 | 85  | 149 |
| 11               | 205 | 203 | 129 | 180 | 150 | 75  | 153 | 109 | 127 |
| 12               | 122 | 100 | 56  | 53  | 108 | 170 | 130 | 99  | 141 |